

НАУЧНО - ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ
"ВСЕСОЮЗНЫЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
НАУЧНО - ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ
ИМЕНИ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА"

18/IV-80

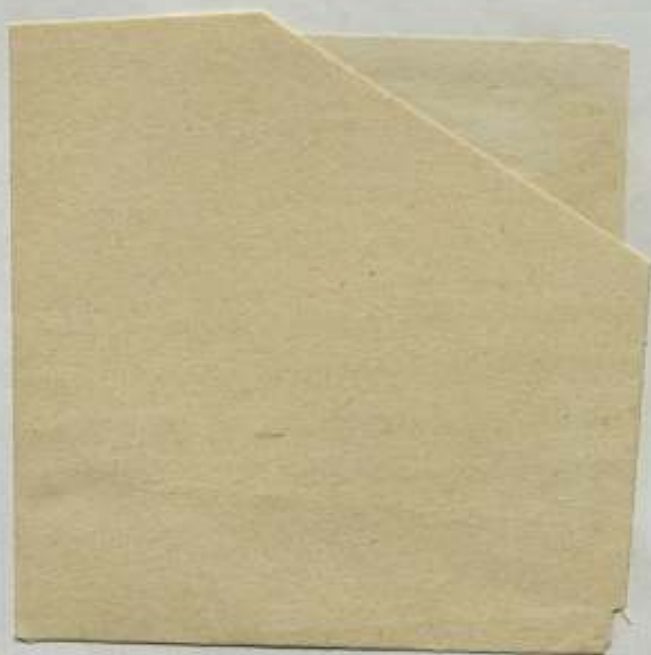
ISSN 0371-957X

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

Выпуск 238 (298)





НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ
"ВСЕСОЮЗНЫЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ
ИМЕНИ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА"

м 16762 а

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

Выпуск 238 (298)

Под редакцией Б.Н.Олейника



Редакционный совет:

Ю.В.Тарбеев (председатель), Н.В.Студенцов (зам. председателя), Г.А.Митарчук (секретарь), Н.И.Александрова, И.И.Киренков, Е.Д.Колтик, Н.В.Кондратьев, К.А.Краснов, О.А.Мяздриков, Б.Н.Олейник, В.С.Пеллинец, Т.Б.Рождественская, Л.А.Семенов, В.А.Славев, В.С.Шкалик, М.Ф.Юдин

ИССЛЕДОВАНИЯ
В ОБЛАСТИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Труды метрологических институтов СССР

Выпуск 238 (298)

Редактор *И.А.Шайкевич*
Художественный редактор *Д.Р.Степанович*
Технический редактор *С.П.Левкович*
Корректор *С.С.Полигнотова*

Подписано в печать 17.12.79 (набор выполнен в издательстве). М-29352. Формат 60x90¹/₁₆.
Бумага офсетная №2. Печ. л. 2,75. Уч.-изд. л. 2,8.
Тираж 500 экз. Заказ 500. Цена 30 к.

Ленинградское отделение издательства "Энергия"
191041, Ленинград, Д-41, Марсово поле, 1.

Типография ВНИИГ имени Б.Е.Веденева.
195220, Ленинград, Гжатская ул., 21.

В настоящем сборнике представлены статьи, посвященные теплофизическим проблемам измерений температур в широком диапазоне методами пирометрии и шумовой термометрии. Проведен анализ методов построения термодинамической температурной шкалы при использовании закона излучения Планка.

В сборник вошли также статьи, в которых рассмотрены вопросы повышения точности измерений температурных коэффициентов линейного расширения твердых материалов и анализируются систематические погрешности в калориметрии.

Сборник может представить интерес для специалистов в области теплофизики и термодинамики, а также для студентов старших курсов, обучающихся на физических факультетах вузов.

© Научно-производственное объединение "Всероссийский ордена Трудового Красного Знамени научно-исследовательский институт метрологии имени Д.И.Менделеева", 1979

И $\frac{30104-147}{051(01)-79}$ без объявл. 2103000000

О ПОСТРОЕНИИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ШКАЛЫ ПО ТЕПЛОВОМУ ИЗЛУЧЕНИЮ

Совершенство значений термодинамической температуры определяет термодинамическую температурную шкалу (ТТШ). Единица термодинамической температуры — кельвин — входит в число основных единиц Международной системы (СИ). Поэтому создание первичного эталона кельвина с целью воспроизведения, хранения и передачи его размера является одной из главных проблемных задач в метрологии, обеспечивающей единство и правильность измерений температуры в народном хозяйстве страны.

Известно, что трудности в реализации ТТШ обусловили применение практических температурных шкал, в частности, действующей в настоящее время "Международной практической температурной шкале 1968 г. (МПТШ-68, редакция 1975 г.)". В МПТШ-68 принято определение кельвина в следующем виде: "Кельвин определяется как 1/273,16 часть термодинамической температуры тройной точки воды" (3 и 4 резолюции XIII Генеральной конференции по мерам и весам, 1967 г.). Однако в действующем государственном первичном эталоне кельвина воспроизведение его размера реализовано не на его определении, а в соответствии с положением об МПТШ-68. Аналогичная ситуация существует и при воспроизведении кельвина государственными специальными эталонами в ультрафиолетовой и инфракрасной областях спектра.

В области пирометрии теплового излучения, т.е. выше температуры точки затвердевания золота (1337,58 К), МПТШ-68 рекомендует определять температуры, пользуясь уравнением, вытекающим из закона излучения Планка:

$$\frac{b[\lambda, T_{68}]}{b[\lambda, T_{68}(\text{Au})]} = \frac{\exp[c_2/\lambda T_{68}] - 1}{\exp[c_2/\lambda T_{68}(\text{Au})] - 1}, \quad (1)$$

где $b[\lambda, T_{68}]$ и $b[\lambda, T_{68}(\text{Au})]$ — спектральные плотности энергетической яркости излучения черного тела для длины волны (в вакууме) λ при температуре T_{68} и в точке затвердевания золота $T_{68}(\text{Au})$; $c_2 = 0,014388 \text{ м} \cdot \text{К}$ — вторая постоянная излучения.

При построении практической температурной шкалы по уравнению (1) приняты следующие допущения:

а) значение второй постоянной излучения является наилучшим приближением к действительному значению;

б) значение термодинамической температуры реперной точки затвердевания золота является наилучшим приближением к действительному значению;

в) интервал возможных значений длины волны излучений не ограничен. В силу допущений (см. п.п. а и б) значения вычисленных по (1) температур T_{68} будут зависеть от определяемых экспериментально, периодически уточняемых величин c_2 и $T(\text{Au})$, что и происходит в действительности по мере пересмотра положений об МПТШ, начиная с 1927 г. Предположение (см. п. в), не влияя на правильность применения уравнения (1), в то же время позволяет реализовать эталоны в различных спектральных областях, что может привести к нарушению единства измерений, а в международных сличениях — к несопоставимости результатов.

В качестве примера, иллюстрирующего влияние изменения значений c_2 и $T(\text{Au})$, приводим результаты вычислений разности температур по шкалам 1948 г. ($c_2 = 0,01438 \text{ м}\cdot\text{К}$) и 1968 г. ($c_2 = 0,014388 \text{ м}\cdot\text{К}$) выше точки золота с учетом изменения температуры точки золота с 1336 К на 1337,58 К (по данным Киренкова И.И.):

Длина волны λ , мкм	Температура, К		
	2000	4000	20 000
0,2	2,81	9,0	176
0,8	2,81	9,0	112
2,5	2,74	7,5	64
10	2,43	5,3	29
100	2,26	4,6	23

Независимое измерение температуры по ТТШ можно осуществить, если устранить зависимость T от любых размерных физических величин. В конечном счете необходимо получить уравнение шкалы вида

$$T = T_0 f\left(\frac{x_1}{x_2}, \frac{y_1}{y_2}, \dots, \frac{z_1}{z_2}, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\right), \quad (2)$$

где T_0 — произвольно выбираемое значение термодинамической температуры, определяющее размер единицы (кельвина); $x_1/x_2, y_1/y_2, \dots, z_1/z_2$ — относительные величины (безразмерные отношения двух однородных физических величин); $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ — безразмерные величины, не зависящие от выбора основных единиц физических величин.

Напишем уравнение Планка для абсолютно черного тела (АЧТ) в виде зависимости спектральной плотности энергетической яркости (далее она называется просто яркость) от абсолютной температуры T и длины волны λ :

$$b(\lambda, T) = c_2 \lambda^{-5} \{\exp[c_2/(\lambda T)] - 1\}^{-1}, \quad (3)$$

где

$$c_2 = \frac{c_1}{\pi} = 1,910622 \text{ Вт}\cdot\text{м}^2\cdot\text{ср}^{-1}; \quad c_1 = 2\pi h c^3 = 3,741832 (20) \cdot 10^{-16} \text{ Вт}\cdot\text{м}^2.$$

Для получения уравнения вида (2) необходимо исключить из (3) зависимость T от двух постоянных (c_1 и c_2), а также от λ и $b(\lambda, T)$.

Решение задачи построения шкалы можно получить методом трех яркостей.

Напишем уравнения для спектральных яркостей при двух длинах волны λ_1 и λ_2 для одной температуры T и третье уравнение для второй температуры T_2 и длины волны λ_1 (так же и для λ_2):

$$b(\lambda_1, T_1) = c_3 \lambda_1^{-5} \left\{ \exp [c_2/(\lambda_1 T_1)] - 1 \right\}^{-1}; \quad (4)$$

$$b(\lambda_2, T_1) = c_3 \lambda_2^{-5} \left\{ \exp [c_2/(\lambda_2 T_1)] - 1 \right\}^{-1}; \quad (5)$$

$$b(\lambda_1, T_2) = c_3 \lambda_1^{-5} \left\{ \exp [c_2/(\lambda_1 T_2)] - 1 \right\}^{-1} \quad (6)$$

Из выражений (4) и (5) составим два отношения:

$$b_{1,2} = \frac{b(\lambda_1, T_1)}{b(\lambda_2, T_1)} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^5 \frac{\exp [c_2/(\lambda_2 T_1)] - 1}{\exp [c_2/(\lambda_1 T_1)] - 1}; \quad (7)$$

$$b_{1,3} = \frac{b(\lambda_1, T_1)}{b(\lambda_1, T_2)} = \frac{\exp [c_2/(\lambda_1 T_2)] - 1}{\exp [c_2/(\lambda_1 T_1)] - 1}. \quad (8)$$

Обозначим

$$\lambda_2/\lambda_1 = \Delta. \quad (9)$$

Введем новые переменные:

$$x = \exp [c_2/(\lambda_1 T_1)]; \quad y = \exp [c_2/(\lambda_1 T_2)]. \quad (10)$$

Исходя из выражений (7)–(10), получим

$$b_{1,2}(x-1) = \Delta^5 (x^\Delta - 1); \quad (11)$$

$$b_{1,3}(x-1) = y-1. \quad (12)$$

Выражение (11) позволяет найти x и, подставив найденное значение x в (12), получить y .

Из (10) находим, что

$$T_2 = T_1 \frac{\ln x}{\ln y}. \quad (13)$$

Из (11) и (12) следует, что x и y являются безразмерными величинами и не зависят от выбора размеров единиц для c_2 , λ и T . Следовательно, уравнение (13) представляет собой уравнение термодинамической температурной шкалы типа (2), где размер единицы термодинамической температуры определяется при условии $T_1 = T_0$:

$$T = T_0 \left(\frac{\ln x}{\ln y} \right)_{T_0, T} \quad (14)$$

Как видно из (7) и (10), $\ln x$ определяется при $T_1 = T_0$ из данных о спектральных яркостях $b_{1,2} = b(\lambda_1, T_1)/b(\lambda_2, T_1)$. Из (12) следует, что

$\ln y = f(T_1, T_2, b_{1,3})$, т.е. $\ln y$ является функцией не только результатов измерений в опорной (T_0) реперной точке, но и в измеряемой (T).

Система (4)–(6), послужившая для вывода уравнения шкалы (14), является системой с минимальным числом уравнений. Известно предложение [1], в котором дается вывод о возможности построения шкалы, но на основе четырех уравнений, включающей три рассмотренных выше и одно дополнительное:

$$b(\lambda_2, T_2) = c_2 \lambda_2^{-5} \{ \exp [c_2 / (\lambda_2 T_2)] - 1 \}^{-1}. \quad (15)$$

В общем случае из уравнений (4)–(6) и (15) можно получить по две пары отношений яркостей, составив их двумя способами. Построение шкалы одним способом можно выполнить методом температурных отношений [1], другим — методом спектральных отношений.

В соответствии с методом температурных отношений из системы уравнений (4)–(6) и (15) следует, что

$$b_{1,3} = \frac{b(\lambda_1, T_1)}{b(\lambda_1, T_2)} = \frac{\exp [c_2 / (\lambda_1 T_2)] - 1}{\exp [c_2 / (\lambda_1 T_1)] - 1}; \quad (16)$$

$$b_{2,4} = \frac{b(\lambda_2, T_1)}{b(\lambda_2, T_2)} = \frac{\exp [c_2 / (\lambda_2 T_2)] - 1}{\exp [c_2 / (\lambda_2 T_1)] - 1}. \quad (17)$$

Уравнение температурной шкалы можно получить методом температурных отношений в виде:

$$T = T_0 \left(\frac{\ln x}{\ln y} \right)_{T_0}, \quad (18)$$

где $T = T_2$ — измеряемая температура; $T_0 = T_1$ — значение опорной температуры, определяющей размер единицы термодинамической температуры;

$$x(T_0) = x(T_1) = \exp [c_2 / (\lambda_1 T_1)]; \quad (19)$$

$x(T_1)$ определяется из уравнения

$$b_{1,3} (x - 1) - 1 = [b_{2,4} (x^{1/\lambda} - 1) + 1]^\lambda; \quad (20)$$

$$y(T) = y(T_2) = \exp [c_2 / (\lambda_2 T)]; \quad (21)$$

$y(T_2)$ определяется из уравнения

$$\frac{1}{b_{1,3}} (y^\lambda - 1 + b_{1,3}) = \left[\frac{1}{b_{2,4}} (y - 1 + b_{2,4}) \right]^\lambda. \quad (22)$$

Величины $x(T_1)$ и $y(T_2)$ являются безразмерными величинами, определяемыми при температурах $T_1 = T_0$ и $T_2 = T$.

В работе [1] рассматривался вопрос только об абсолютном измерении T_1 и T_2 на основе уравнений (16), (17) и (21), (22). Способ определения температуры базируется на косвенном методе измерения T_1 и T_2 с использованием МПТШ, так как определение T_2 с помощью (21) производится

через измерение длины волны λ_2 и с использованием второй постоянной c_2 . Однако в этой работе была высказана идея о том, что на этой основе в принципе можно построить ТТШ, хотя само уравнение шкалы и не выводилось. Выше был сделан вывод уравнения ТТШ (18) на основе предложения [1].

Рассмотрим построение ТТШ методом спектральных отношений. С помощью уравнений (4)–(6) и (15) составим две пары спектральных отношений:

$$b_{1,2} = \frac{b(\lambda_1, T_1)}{b(\lambda_2, T_1)} = \Lambda^3 \frac{\exp [c_2/(\lambda_2 T_1)] - 1}{\exp [c_2/(\lambda_1 T_1)] - 1}, \quad (23)$$

$$b_{3,4} = \frac{b(\lambda_1, T_2)}{b(\lambda_2, T_2)} = \Lambda^3 \frac{\exp [c_2/(\lambda_2 T_2)] - 1}{\exp [c_2/(\lambda_1 T_2)] - 1}. \quad (24)$$

Введем новую переменную

$$x = \exp [c_2/(\lambda_2 T_1)]. \quad (25)$$

Тогда из выражений (23) и (25) следует

$$b_{1,2} (x^\Lambda - 1) = \Lambda^3 (x - 1), \quad (26)$$

где $\Lambda = \lambda_2/\lambda_1$.

Введем вторую переменную

$$y = \exp [c_2/(\lambda_2 T_2)]. \quad (27)$$

Тогда из выражений (24) и (27) следует

$$b_{3,4} (y^{1/\Lambda} - 1) = \Lambda^3 (y - 1). \quad (28)$$

Уравнение ТТШ можно получить из (25) и (27):

$$T = T_0 \frac{\ln x(T_0)}{\ln y(T)}, \quad (29)$$

где $T = T_2$; $T_0 = T_1$; $x(T_0) = x(T_1)$ — определяется из уравнения (26); $y(T) = y(T_2)$ — определяется из уравнения (28).

Уравнения ТТШ (14), (18) и (29), полученные тремя методами, необходимо проанализировать с точки зрения выбора варианта шкалы, реализация которого в метрологической практике на уровне первичного эталона даст возможность в области температур выше точки затвердевания золота перейти от практической к абсолютной термодинамической температурной шкале. Необходимо также сопоставить результаты такого анализа с вариантом использования уравнения (1) по МПТШ-68.

В работах Д.Я.Света высказывается идея построения ТТШ, основанная на измерении отношения $F(T)$ интегральных потоков излучения, прошедших через две системы с различными спектральными характеристиками $\psi_1(\lambda)$ и $\psi_2(\lambda)$:

$$F(T) = \frac{\int_0^{\infty} \psi_1(\lambda) b(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^{\infty} \psi_2(\lambda) b(\lambda, T) d\lambda} \quad (30)$$

Предлагается так подобрать $\psi_1(\lambda)$ и $\psi_2(\lambda)$, чтобы уравнение (30) приобрело следующий вид:

$$F(T) = \frac{\int_0^{\infty} \lambda^p b(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^{\infty} \lambda^q b(\lambda, T) d\lambda} \quad (31)$$

Проинтегрировав числитель и знаменатель уравнения (31), где $b(\lambda, T)$ — функция Планка, автор получает следующее выражение:

$$F(T) = \text{const } T^{q-p} \quad (32)$$

Принципиально представляется возможным построить ТТШ по уравнению (32), но при условии создания оптических систем со спектральными характеристиками, имеющими заданный аналитический вид. В таком плане решение задачи встречает трудности, так как отсутствует реальный опыт создания такого рода прецизионных систем. Кроме того, проверка правильности результатов, полученных подобным методом без привязки к существующему государственному эталону, может оказаться невозможной, что исключает построение шкалы независимым методом. Таким образом, идея "возмущающих воздействий" на характеристики теплового излучения с целью получения для первичного "нетрансформированного" излучения информации о термодинамической температуре в настоящее время встречает большие трудности даже на этапе обсуждения возможности построения ТТШ предложенным методом.

В работе [2] указывается на возможности построения ТТШ путем измерения отношения монохроматических потоков излучения при длине волны λ_0 для двух значений температуры T_1 и T_2 в области применения закона Вина и второго отношения потоков частичного излучения в спектральном интервале от λ_1 до λ_2 для тех же температур

$$x = \frac{\exp[-c_2/(\lambda_0 T_2)]}{\exp[-c_2/(\lambda_0 T_1)]}; \quad y = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b(\lambda, T_2) \omega(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b(\lambda, T_1) \omega(\lambda) d\lambda} \quad (33)$$

где $\omega(\lambda)$ — аппаратная функция пирометра; $b(\lambda, T)$ — спектральная яркость.

Из (33) следует, что

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-s} \omega(\lambda) \left[\frac{y}{\exp[c_2/(\lambda T_1)] - 1} - \frac{x^{\Lambda}}{\exp[c_2/(\lambda T_1)] - x^{\Lambda}} \right] d\lambda = 0 \quad (34)$$

где $\Lambda = \lambda_0/\lambda_1$.

Предполагается решение интеграла (34) проводить численным методом. Этот способ нахождения T_1 невозможен без задания значений λ_1 и λ_2 , а также второй постоянной излучения c_2 . Кроме того, последующее нахождение T_2 из выражения для x [см. (33)] также возможно только при заданных λ_0 и c_2 . Следовательно, ТТШ предложенным методом осуществить невозможно. В качестве косвенного метода измерений температур

по МПТШ-68 такое решение может иметь место, если точность измерений находится в пределах заданной. Анализ точности метода может быть произведен с помощью уравнений (33) и (34). Требования к точности измерений температуры непрерывно возрастают, и поэтому требуется дальнейшее совершенствование работ на верхнем эталонном уровне. В связи с созданием эталонов единиц энергетических величин в области энергетической фотометрии возникает вопрос о взаимосвязи эталона кельвина и эталонов единиц в области энергетической фотометрии.

В работе [3] описывается способ измерения двух температур абсолютно черного тела, являющегося источником излучения в государственных специальных эталонах единицы энергетической освещенности в интервале длин волн 0,2–4,5 мкм и единицы спектральной плотности энергетической яркости в интервале длин волн 0,25–2,5 мкм.

Идея метода состоит в определении T_1 и T_2 путем измерений отношений спектральных яркостей излучения $b(\lambda_1, T)$ и интегральных потоков излучения $b(T)$:

$$x = \frac{b(\lambda, T_1)}{b(\lambda, T_2)} = \frac{\exp[c_2/(\lambda T_2)] - 1}{\exp[c_2/(\lambda T_1)] - 1}; \quad z = \frac{b(T_1)}{b(T_2)} = \frac{T_1^4}{T_2^4}. \quad (35)$$

Как следует из (35),

$$T_2 = \frac{c^2}{\lambda z^{1/4} \ln x} (z^{1/4} - 1). \quad (36)$$

Температура T_1 может быть определена из (35) по уравнениям для x или z . Показано, что измерение $T_2 = 3000$ К по выражению (36) может быть произведено с погрешностью 0,055%, тогда как при помощи пирометра 1-го разряда погрешность измерения T_2 составила бы почти 0,2%.

Авторами [3] не разработан новый метод построения и реализации термодинамической температурной шкалы, а предложен косвенный метод определения температуры на основе уравнений (35) и (36).

В работе [4] правильно указывается на то, что воспроизведение кельвина государственным первичным эталоном осуществляется не абсолютным способом в соответствии с ТПШ, а по практической шкале (МПТШ-68). При этом разности температур по двум шкалам для области выше 1337,58 К изучены недостаточно. По мнению авторов [4], методика, изложенная в [3], более предпочтительна, чем использование прямой передачи размера кельвина от первичного эталона. Вместе с тем не отмечен факт нарушения единства измерений температуры в области энергетической фотометрии, если производная единица не согласована с основной (кельвином), и по этой причине не оценивается степень рассогласования размеров воспроизводимых единиц. При разработке эталонов в области энергетической фотометрии до сих пор не использованы возможности создания такой прецизионной аппаратуры, которая позволила бы получить размер кельвина непосредственно от государственного первичного эталона.

Работы в области метрологии температурных измерений на основе использования законов теплового излучения позволяют поднять на новый уровень точность и единство измерений в области пирометрии излучения в широком спектральном и температурном диапазоне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вульфсон К.С. Абсолютный метод измерения температуры черного тела. — Журналы экспериментальной и теоретической физики, 1951, т. 21, вып. 4.
2. Амброк Г.С. Некоторые интегральные соотношения в пирометрии. — Труды метрологических институтов СССР, 1977, вып. 207 (267).
3. Коток А.Ф., Ловинский Л.С., Самойлов Л.Н., Саприцкий В.И. Прецизионное измерение термодинамической температуры абсолютно черного тела. — Измерительная техника, 1975, № 1.
4. Государственный специальный эталон единицы спектральной плотности энергетической яркости непрерывного оптического излучения сплошного спектра в диапазоне длин волн 0,25—2,5 мкм /Саприцкий В.И., Ловинский Л.С., Самойлов Л.Н. и др. — Измерительная техника, 1977, № 8.

Поступила в редакцию 11.12.1978 г.

УДК 536.2.08

В.Н.РОМАНОВ

ОБОБЩЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ГРЮНАЙЗЕНА ДЛЯ ТЕПЛООВОГО РАСШИРЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В последние годы наряду с экспериментальными работами проводится все больше исследований по теории теплового расширения [1].

Основой для расчетов температурного коэффициента линейного расширения (ТКЛР) служит уравнение Грюнайзена. В квазигармоническом приближении оно имеет вид

$$\alpha = \frac{\chi C_{ат}}{V_z} \quad (1)$$

где α — ТКЛР; χ — изотермическая сжимаемость; V_z — объем элементарной ячейки; $C_{ат}$ — теплоемкость на атом в гармоническом приближении (при постоянном объеме).

Уравнение (1) удовлетворительно выполняется при низких температурах ($T \leq \Theta_{деб}$), однако при высоких температурах его применение для расчетов ТКЛР не дает хороших результатов. Так, при $T > \Theta_{деб}$ из уравнения Грюнайзена следует $\alpha \approx \text{const}$, что в действительности не имеет места.

Для адекватного описания экспериментальных данных по тепловому расширению необходим учет ангармонизма. Приближенный учет ангармонических вкладов, линейных по температуре, был проведен в работе [2]. Рассмотрим обобщение уравнения Грюнайзена с учетом ангармонизма 2-го порядка, позволяющее рассчитать ТКЛР кристаллов произвольной симметрии в широком диапазоне температур (вплоть до температуры плавления).

Свободную энергию как функцию деформации и температуры запишем в виде

$$F(\Lambda_{ik}, T) = \Phi_0 + F_r + F_{\text{анг}}, \quad (2)$$

где Φ_0 — потенциальная энергия; $F_r, F_{\text{анг}}$ — гармоническая и ангармоническая части свободной энергии соответственно. Термическое уравнение состояния получается из условия равновесия (при отсутствии внешних напряжений):

$$F_{ik} \equiv \left(\frac{\partial F}{\partial \Lambda_{ik}} \right)_{T, \Lambda^{\text{терм}}} = 0. \quad (2a)$$

Проводя разложение по параметру деформации Λ_{ik} около положения равновесия, имеем

$$\tilde{F}_{ik} + \sum_{jl} \tilde{F}_{ikjl} \Lambda_{jl} + \frac{1}{2} \sum_{jlmn} \tilde{F}_{ikjlmn} \Lambda_{jl} \Lambda_{mn} = 0. \quad (2b)$$

Для нахождения ТКЛР α продифференцируем (2б) по температуре T :

$$0 = \tilde{F}_{ik, T} + \sum_{jl} \tilde{F}_{ikjl} \alpha_{jl} + \frac{1}{2} \sum_{jlmn} \tilde{F}_{ikjlmn} [\alpha_{jl} \Lambda_{mn} + \Lambda_{jl} \alpha_{mn}]. \quad (2в)$$

Подставляя (2) в (2в) и учитывая, что $F_r = kT \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \ln \left[2 \operatorname{sh} \left(\frac{\hbar \omega}{2kT} \right) \right]$, найдем

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \gamma_{ik} \frac{\partial \epsilon / \partial T} - \frac{\partial^2 F_{\text{анг}}}{\partial \Lambda_{ik} \partial T} = N \sum_{jl} \Phi_{zikjl} \alpha_{jl} + \frac{1}{2} N \sum_{jlmn} \Phi_{zikjlmn} \times \\ \times (\alpha_{jl} \Lambda_{mn} + \Lambda_{jl} \alpha_{mn}) + \sum_{jl} \left\{ \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \gamma'_{ikjl} \epsilon + \sum_{\mathbf{k}, \lambda} (\epsilon - T \frac{\partial \epsilon}{\partial T}) \gamma_{ik} \gamma_{jl} \right\} \times \\ \times \alpha_{jl} + \frac{1}{2} \sum_{jlmn} (\alpha_{jl} \Lambda_{mn} + \Lambda_{jl} \alpha_{mn}) \left\{ \sum_{\mathbf{k}, \lambda} [\dot{\gamma}_{ikjlmn} \epsilon - \right. \\ \left. - (\dot{\gamma}_{jlmn} \gamma_{ik} + \dot{\gamma}_{ikmn} \gamma_{jl} + \dot{\gamma}_{ikjl} \gamma_{mn}) (\epsilon - T \frac{\partial \epsilon}{\partial T}) - \right. \\ \left. - \gamma_{ik} \gamma_{jl} \gamma_{lmn} (\epsilon - T \frac{\partial \epsilon}{\partial T} + T^2 \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial T^2}) \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:

$$\Phi_z \equiv \frac{\Phi_0}{N} \quad (N - \text{число ячеек в кристалле}); \quad \epsilon = \frac{\hbar \omega}{2} + \frac{\hbar \omega}{\left[\exp \left(\frac{\hbar \omega}{kT} \right) - 1 \right]}$$

средняя энергия фонона; $\omega \equiv (\mathbf{k}, \lambda)$ — частота фонона; $\alpha_{ik} \equiv \partial \Lambda_{ik} / \partial T$ — ТКЛР; k — постоянная Больцмана; \mathbf{k}, λ — волновой вектор и поляризация фонона;

$$\gamma_{ik} \equiv -\frac{1}{2} \frac{\partial \ln \omega^2}{\partial \Lambda_{ik}}, \quad \gamma'_{ikjl} \equiv \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \ln \omega^2}{\partial \Lambda_{ik} \partial \Lambda_{jl}}, \quad \dot{\gamma}_{ikjlmn} \equiv \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \ln \omega^2}{\partial \Lambda_{ik} \partial \Lambda_{jl} \partial \Lambda_{mn}}$$

1-, 2- и 3-я постоянные Грюнайзена. Величины $\Phi_{zikjl}, \Phi_{zikjlmn}$ связаны с упругими постоянными, соответственно 2- и 3-го порядка C_{ikjl} и C_{ikjlmn} , и их можно вычислить на основе принятой модели сил, действующих в кристалле:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_z} \Phi_{zikjl} = \tilde{C}_{ikjl} + \sum_{u, v} \frac{dC_{ikjl}}{d\Lambda_{uv}} \Lambda_{uv} + \dots \\ \frac{1}{V_z} \Phi_{zikjlmn} = \tilde{C}_{ikjlmn} + \sum_{u, v} \frac{dC_{ikjlmn}}{d\Lambda_{uv}} \Lambda_{uv}. \quad (4) \end{aligned}$$

Общее выражение для величины $\partial^2 F_{\text{ант}} / (\partial \Lambda_{jk} \partial T)$ было получено в [3]. В классическом приближении ($\epsilon = kT$) его можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 F_{\text{ант}}}{\partial \Lambda_{jk} \partial T} = a_{jk} T + b_{jk} T^2, \quad (5)$$

где a_{jk} , b_{jk} — постоянные, зависящие от структуры кристалла. Уравнение (3) решается методом итераций и позволяет определить a при любых температурах. Оно является интегральным, так как наряду с a_{jk} содержит величину $\Lambda_{jk} = \int a_{jk} dT$.

Уравнение можно значительно упростить, если в качестве Λ_{jk} использовать значения, получаемые по теории Грюнайзена. Рассмотрим достаточно общую модель центральных сил, когда потенциальная энергия на элементарную ячейку записывается в виде:

$$\Phi_z = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu}^r q_{\mu\nu} (R_{\mu\nu}^h), \quad (6)$$

где $R_{\mu\nu}^h$ — радиус-вектор, определяющий положение атомов в кристалле.

Для кубических кристаллов в этом случае уравнение (3) упрощается

$$2(a_0 + A_0)z \frac{\delta l}{l} + (a_i + A_i)z = \sum_{k,\lambda} \gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial T} - \tilde{l} \frac{\partial^2 F_{\text{ант}}}{\partial l \partial T}. \quad (7)$$

Заменяя $\delta l/l$ квазигармоническим значением, из (7) получаем

$$z = \frac{\sum_{k,\lambda} \gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial T} - \tilde{l} \frac{\partial^2 F_{\text{ант}}}{\partial l \partial T}}{2(a_0 + A_0) \left(\frac{\delta l}{l} \right)_r + (a_i + A_i)}, \quad (8)$$

где

$$\left(\frac{\delta l}{l} \right)_r = \frac{\sum_{k,\lambda} \gamma \epsilon}{a_i + A_i};$$

$$a_i = NV_z \left(\frac{3}{\chi} + \frac{12}{\chi} \frac{S\gamma\chi\bar{\epsilon}}{V_z} + \frac{18}{\chi} \frac{S^2\gamma^2\chi^2\bar{\epsilon}^2}{V_z^2} + \Gamma \frac{S\gamma\bar{\epsilon}}{V_z} + \right. \\ \left. + 4\Gamma \frac{S^2\gamma^2\chi^2\bar{\epsilon}^2}{V_z^2} + \frac{1}{2} \Gamma^2 \frac{S^2\gamma^2\chi^2\bar{\epsilon}^2}{V_z^2} \right);$$

$$a_0 = \frac{NV_z}{2\chi} \left(\Gamma + 6\Gamma \frac{S\gamma\chi\bar{\epsilon}}{V_z} + \Gamma^2 \frac{S\gamma\bar{\epsilon}}{V_z} \right);$$

$$A_i = \sum_{k,\lambda} z (\Gamma^2 - 6\gamma^2) + \sum_{k,\lambda} 3\gamma^2 \left(z - \frac{T \partial z}{\partial T} \right);$$

$$A_0 = \frac{1}{2} \left(\sum_{k,\lambda} z (\Gamma^2 + 18\Gamma\gamma - 72\gamma^2) - \sum_{k,\lambda} \left(z - \frac{T \partial z}{\partial T} \right) \gamma \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times (9\Gamma^r - 45\gamma^2) - 9T^2 \sum_{k, \lambda} \gamma^3 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial T^2} \Big\}; \\
\Gamma^r & \equiv \frac{\chi}{6V_z} \sum_{\mu\nu} (0^2\varphi) \tilde{R}^{\mu\nu}; \quad \Gamma \equiv \frac{\chi}{6V_z} \sum_{\mu\nu} (0^2\varphi) \tilde{R}^{\mu\nu}; \\
\Gamma^r & \equiv \frac{1}{6} \sum_{\mu\nu} \left(\frac{0^2\Delta\varphi}{M_\nu} \right) \tilde{R}^{\mu\nu} \left(\sum_{\mu\nu} \frac{\Delta\varphi}{M_\nu} \right)^{-1}; \\
\Gamma^{\mu\nu} & \equiv \frac{1}{6} \sum_{\mu\nu} \left(\frac{0^3\Delta\varphi}{M_\nu} \right) \tilde{R}^{\mu\nu} \left(\sum_{\mu\nu} \frac{\Delta\varphi}{M_\nu} \right)^{-1}; \\
\chi & = \frac{1}{18V_z} \sum_{\mu\nu} (0^2\varphi) \tilde{R}^{\mu\nu}; \quad \gamma = -\frac{1}{6} \sum_{\mu\nu} \left(\frac{0\Delta\varphi}{M_\nu} \right) R^2 \left(\sum_{\mu\nu} \frac{\Delta\varphi}{M_\nu} \right)^{-1}; \\
-l \frac{\partial^2 F_{\text{int}}}{\partial l \partial T} & = N \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \left[-\frac{9}{4} S^2 \varepsilon \left(4\gamma P_1 + \frac{\partial P_1}{\partial l} \right) + \frac{9}{2} S^2 \varepsilon \times \right. \\
& \times \left(6\gamma P_2 + \frac{\partial P_2}{\partial l} \right) + \frac{27}{16} S^2 \varepsilon^2 \left(6\gamma P_3 + \frac{\partial P_3}{\partial l} \right) + \frac{81}{64} S^4 \varepsilon \times \\
& \times \left. (4\varepsilon^2 + \varepsilon_0^2) \left(8\gamma P_4 + \frac{\partial P_4}{\partial l} \right) \right]; \\
P_1 & = \frac{\sum_{\mu\nu} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M_\mu} + \frac{1}{M_\nu} \right)^2 \left(\varphi^{\text{IV}} + \frac{4\varphi^{\text{III}}}{R} \right)}{\left(\sum_{\mu\nu} \frac{\Delta\varphi}{M_\mu} \right)^2}; \\
P_2 & = \frac{\sum_{\mu\nu} \frac{3}{2M_\mu M_\nu} \left(\frac{1}{M_\nu} + \frac{1}{M_\mu} \right) [(\varphi^{\text{III}})^2 + 6R^2 (0^2\varphi)^2]}{\left(\sum_{\mu\nu} \frac{\Delta\varphi}{M_\mu} \right)^3 + \sum_{\mu\nu} \left(\frac{\Delta\varphi_{\mu\nu}}{M_\nu} \right)^3}; \quad (9) \\
P_3 & = \frac{\sum_{\mu\nu} \frac{3}{2} \left(\frac{1}{M_\mu^2 M_\nu} + \frac{1}{M_\mu M_\nu^2} \right) \left(\varphi^{\text{VI}} + \frac{6\varphi^{\text{V}}}{R} \right)}{\left(\sum_{\mu\nu} \frac{\Delta\varphi}{M_\mu} \right)^3};
\end{aligned}$$

$$P_k = \frac{\sum_{\mu\nu} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M_\mu} + \frac{1}{M_\nu} \right)^2 \left[(\varphi^{IV})^2 + 12\varphi^{III}R \left(0^{3\varphi} - \frac{0^{2\varphi}}{R^2} \right) + 72(0^{2\varphi})^2 \right]}{\left(\sum_{\mu\nu} \frac{\Delta\varphi}{M_\mu} \right)^2 + \sum_{\nu} \left(\frac{\Delta\varphi_{\nu\nu}}{M_\nu} \right)^2};$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial l} = \frac{R^2}{3} 0P_k; \quad 0^k \equiv \left(\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \right)^k; \quad \Delta\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial R^2} + \frac{2\partial\varphi}{\partial R}.$$

Решеточные суммы $\sum_{\mu\nu}$ вычисляются, если задан потенциал взаимодействия $\varphi(R_{\mu\nu}^h)$.

Из уравнения (3) аналогично можно получить систему уравнений для некубических кристаллов. Принципиальных трудностей при этом не возникает. Например, для гексагональных кристаллов имеем

$$\begin{aligned} C_0 &= a_1(2c_1\lambda_1 + c_2\lambda_2 + c_4) + a_3(2c_3\lambda_3 + c_2\lambda_1 + c_5); \\ B_0 &= a_1(2b_1\lambda_1 + b_2\lambda_2 + b_4) + a_3(2b_3\lambda_3 + b_2\lambda_1 + b_5), \end{aligned} \quad (10)$$

где λ_1 — относительная деформация в направлении, перпендикулярном оси симметрии, а λ_3 — в параллельном. Система (10) упрощается, если, как и ранее, заменить λ_1 и λ_3 значениями по теории Грюнаузена:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1r} &= \frac{\sum_{k,\lambda} \gamma_{1k} C_{2k} - \sum_{k,\lambda} \gamma_{2k} C_{1k}}{N V_z (C_{11} C_{23} + C_{12} C_{23} - 2C_{13}^2)}; \\ \lambda_{3r} &= \frac{\sum_{k,\lambda} \gamma_{3k} (C_{11} + C_{12}) - 2 \sum_{k,\lambda} \gamma_{1k} C_{13}}{N V_z (C_{11} C_{23} + C_{12} C_{23} - 2C_{13}^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

γ_1, γ_3 — постоянные Грюнаузена; C_{11}, C_{12} и т.д. — упругие постоянные.

$$C_0 = \sum_{k,\lambda} \gamma_{1k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} - \frac{\partial^2 F_{\text{анг}}}{\partial \Lambda_1 \partial T}; \quad B_0 = \sum_{k,\lambda} \gamma_{3k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} - \frac{\partial^2 F_{\text{анг}}}{\partial \Lambda_3 \partial T}.$$

(Выражения для коэффициентов c_k, b_k весьма громоздки, и поэтому их здесь не приводим.)

В качестве примера рассмотрим модель линейной цепочки с взаимодействием ближайших соседей. При высоких температурах ($T > \theta_{\text{деб}}$) ТКЛР представим в виде

$$\alpha = a_1 + a_2 T + a_3 T^2, \quad (12)$$

Коэффициенты a_k зависят от вида потенциала*. Вклад, пропорциональный T , обусловлен температурной зависимостью модулей упругости и учетом линейного ангармонизма, причем вклад от первой составляющей на порядок больше, чем от второй. Член, пропорциональный T^2 , обусловлен

* Необходимым условием такого разложения является малость величин $a_2 T, a_3 T^2$ по сравнению с a_1 . В противном случае надо пользоваться общим уравнением (3).

температурной зависимостью модулей 3-го порядка и учетом более высоких степеней ангармонизма, причем обе составляющие дают примерно одинаковые вклады.

Рассмотрим наиболее употребительные потенциалы взаимодействия — степенной и потенциал Морзе

$$\varphi_1(R) = -A/R^m + B/R^n \quad (n > m);$$

$$\varphi_{11}(R) = D [1 - \exp(-a(R - l_0))]^2.$$

Параметры A , B в φ_1 характеризуют силы притяжения и отталкивания и могут выбираться из условия лучшего совпадения теории и эксперимента. Аналогично выбираются величины a и l_0 в φ_{11} . Общие выражения для ТКЛР рассматриваемой модели в случае применения потенциалов φ_1 и φ_{11} имеют вид:

$$\begin{aligned} a^{(1)} = & \frac{k(3+m+n)}{2mnD} \left\{ 1 + \frac{kT}{D} \left[\frac{(6+m+n)(3+m+n)}{2mn} - (2b_4 + b_2) \right] + \right. \\ & + \frac{k^2 T^2}{D^2} \left[-\frac{(3+m+n)}{2mn} \left(\frac{b_2}{mn} + (2b_2 + b_4)(6+m+n) \right) - \right. \\ & \left. \left. - (2b_4 + b_2) \frac{(6+m+n)(3+m+n)}{2mn} + (-b_2 + b_2 b_4 - 3b_4 + b_2^2) \right] \right\}; \quad (12a) \end{aligned}$$

$$a^{(11)} = \frac{3k}{4Dal_0} \left\{ 1 + \frac{kT}{D} \left(4,92 + \frac{0,75}{al_0} \right) + \frac{k^2 T^2}{D^2} \left(28,1 - \frac{1,32}{al_0} - \frac{2,25}{(al_0)^2} \right) \right\}; \quad (12b)$$

$$b_1 = \frac{1}{2} \frac{\varphi^V}{\varphi^{II}} - \frac{2\varphi^{III}\varphi^{IV}}{(\varphi^{II})^2} - \frac{3}{2} \frac{\varphi^{IV}}{\varphi^{II}l_0} + \frac{(\varphi^{III})^2}{(\varphi^{II})^3} + \frac{3}{2} \frac{(\varphi^{III})^2}{(\varphi^{II})^2 l_0} + \frac{3\varphi^{III}}{\varphi^{II}l_0^2};$$

$$b_2 = \frac{\varphi^{IV}}{2(\varphi^{II})^2} - \frac{\varphi^{III}}{(\varphi^{II})^2 l_0} - \frac{(\varphi^{III})^2}{(\varphi^{II})^3};$$

$$b_3 = \frac{7}{8} \frac{(\varphi^{III})^2 \varphi^{IV}}{(\varphi^{II})^5} + \frac{5}{8} \frac{(\varphi^{III})^3}{(\varphi^{II})^5 l_0} + \frac{(\varphi^{III})^3}{4(\varphi^{II})^4 l_0^2} -$$

$$- \frac{\varphi^V \varphi^{III}}{4(\varphi^{II})^4} - \frac{\varphi^{III} \varphi^{IV}}{4(\varphi^{II})^4 l_0} - \frac{(\varphi^{III})^4}{2(\varphi^{II})^6},$$

$$b_4 = -\frac{\varphi^V}{4\varphi^{II} \varphi^{III}} + \frac{5\varphi^{IV}}{6(\varphi^{II})^2} - \frac{(\varphi^{III})^2}{2(\varphi^{II})^3},$$

$$b_5 = -\frac{\varphi^{VI}}{8(\varphi^{II})^5} + \frac{\varphi^{VII}}{24\varphi^{III}(\varphi^{II})^2} + \frac{\varphi^{IV} \varphi^V}{12\varphi^{III}(\varphi^{II})^3} - \frac{(\varphi^{IV})^2}{6(\varphi^{II})^4}.$$

где φ^k — k -я производная от потенциала φ по расстоянию R ; l_0 — равновесное расстояние между атомами.

Основные результаты расчетов приведены в табл. 1 и 2, в которых даны коэффициенты a_k зависимости (12) для потенциалов (I) и (II). Коэф-

Таблица 1

Значения коэффициентов a_k для потенциала φ

$m-n$	$a_1 \cdot 10^5$	$a_2 \cdot 10^9$	$a_3 \cdot 10^{12}$
8-12	0,50-0,25	1,21-0,30	0,34-0,043
8-10	0,54-0,27	1,32-0,33	0,37-0,046
6-12	0,60-0,30	1,61-0,40	0,50-0,062
6-10	0,65-0,33	1,71-0,43	0,52-0,065
6-8	0,73-0,37	1,93-0,48	0,59-0,073
4-12	0,82-0,41	2,60-0,65	0,97-0,12
4-10	0,88-0,44	2,63-0,66	0,93-0,12
4-8	0,97-0,49	2,92-0,73	1,02-0,13
4-6	1,12-0,56	3,41-0,85	1,18-0,15
2-10	1,55-0,78	7,08-1,77	3,84-0,48
2-8	1,68-0,84	7,28-1,82	3,70-0,46
2-6	1,90-0,95	7,94-1,98	3,85-0,48
1-17	2,56-1,28	25,15-6,29	31,06-3,88
1-12	2,76-1,38	22,74-5,68	23,01-2,88
1-6	3,45-1,73	25,70-6,43	21,70-2,71
1-2	6,21-3,11	44,99-11,25	34,25-4,28

Примечание. Интервалы значений коэффициентов в табл. 1, 2 соответствуют интервалу значений энергии связи D от $2 \cdot 10^5$ до $5 \cdot 10^5$ Дж/моль.

коэффициенты a_k имеют определенный физический смысл: a_1 — квазигармоническое значение ТКЛР; a_2, a_3 — ангармонические вклады 1- и 2-го порядка.

Как показывают данные табл. 1 и 2, ангармонизм растет с уменьшением произведения ml для потенциала (I) и уменьшением произведения al_0 для потенциала (II). Для меньших значений ml (al_0) ангармонизм проявляется при более низких температурах. Знак ангармонических вкладов определяется формой потенциала взаимодействия. Таким образом, диапазон получаемых значений ТКЛР охватывает практически все значения ТКЛР (от твердых газов до "малорасширяющихся" кристаллов типа алмаза). Рассмотренная теория теплового расширения позволяет рассчитать ТКЛР кристаллов произвольной симметрии в широком диапазоне температур.

Таблица 2

Значения коэффициентов a_k для потенциала Φ_{II}

al_0	$a_1 \cdot 10^5$	$a_2 \cdot 10^9$	$a_3 \cdot 10^{12}$
0,1	31,0—15,5	159—40	-111÷-14
1	3,1—1,55	7,3—1,82	1,3—0,16
5	0,62—0,31	1,3—0,33	0,29—0,036
10	0,31—0,16	0,65—0,16	0,15—0,019

Основные закономерности, выявленные для линейной цепочки, справедливы и в трехмерном случае, однако расчеты усложняются из-за необходимости вычисления решеточных сумм. Ангармонические эффекты проявляются двойко. Их учет, во-первых, приводит к появлению модулей 3-го порядка и температурной зависимости модулей упругости; во-вторых, нарушает пропорциональность между теплоемкостью и ТКЛР, существующую в теории Грюнайзена.

Расчеты показывают, что ангармонические вклады в ТКЛР превышают вклады в теплоемкость в 2—3 раза (в зависимости от типа кристалла и рассматриваемой модели). Для температур выше дебаевской они позволяют объяснить квадратичную зависимость ТКЛР от температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Singh V.P., Hemkar M.P. Dynamical study of the temperature dependence of Gruneisen parameters in alkali metals. — Phys. Status. Solidi (B), 1976, v. 78, N 1.
2. Davies R.O., Parke S.A. Generalisation of Gruneisen's Theory of Solids and its Application to Solids Argon. — Phil. Mag., 1959, v. 4.
3. Лейбфрид Г., Людвиг В. Теория ангармонических эффектов в кристаллах. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963.

Поступила в редакцию 11.12.1978 г.



ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕПЛООБМЕН
В КАЛОРИМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Калориметрические системы обеспечивают наивысшую точность измерения тепловых величин для различных температур, давлений и других параметров исследуемых веществ, а также стандартных и справочных данных о теплофизических и термохимических свойствах веществ и материалов. Данные тепловых измерений, используемые в научных исследованиях, при проектировании технологической аппаратуры и промышленных сооружений и для других практически важных целей, должны иметь высокую, а во многих случаях и предельно достижимую точность.

Разработка новых высокоточных и высокостабильных методов и средств температурных измерений, внедрение автоматических систем управления калориметрическим процессом и электронно-вычислительных методов обработки информации, а также применение новых конструктивных и теплоизоляционных материалов позволили значительно повысить точность калориметрических исследований. Однако, несмотря на это, не удается получить данные с точностью, которая отвечала бы требованиям практики, особенно на эталонном уровне измерений. Дело в том, что калориметрические установки — это сложные неоднородные многопараметрические теплофизические системы, в которых во время эксперимента протекают процессы выделения, поглощения и распространения тепловой энергии. В связи с этим погрешности имеют тепловое происхождение и разработка способов их количественной оценки возможна только на основе теоретического исследования теплопроводности и теплообмена в калориметрических системах. Такое исследование, включающее в себя построение обобщенной модели калориметрической системы и получение аналитического представления для температурного поля, позволит решить ряд задач, направленных на дальнейшее повышение точности измерений.

Основными из этих задач являются:

- 1) сравнительный анализ различных конструктивных схем в процессе их проектирования, при котором изучается влияние таких факторов, как местоположение источника энергии (электрического нагревателя) по отношению к ядру калориметра (бомбе), тепловыделение в произвольных частях калориметрической системы (во вспомогательных перемещающих устройствах) и др.;
- 2) выбор таких тепловых условий электрической градуировки, которые бы максимально приближались к условиям опыта по определению количества теплоты;
- 3) анализ инерционных свойств системы;
- 4) учет систематических погрешностей измерений и, в частности, корректное введение поправки на теплообмен калориметра с окружающей средой;

Таким образом, анализ и синтез калориметрических систем, а также разработка методов количественной оценки погрешностей тепловых измерений, обусловленных теплофизическими процессами, требуют теоретического исследования процессов переноса тепла в системах. Особенно актуальным является создание надежных методик оценки

тепловых погрешностей, ибо при сопоставлении результатов измерений одной и той же тепловой величины, выполненных различными исследователями на различных калориметрических установках, общий разброс значений изучаемой величины иногда почти на порядок превышает максимальную суммарную погрешность, приводимую каждым из исследователей.

Теоретическое исследование тепловых процессов, протекающих в калориметрических системах, с использованием полученных результатов для решения перечисленных выше задач практической калориметрии, выполнено в ряде работ авторов. В них впервые предложена обобщенная модель калориметрической системы, учитывающая основные факторы, влияющие на тепловые процессы в калориметре, и получена связь температурного поля с теплофизическими свойствами системы и энергетическими воздействиями на нее для наиболее важных случаев.

Аналогичным исследованиям калориметрических систем, моделируемых в виде совокупности однородных и изотропных тел, в которых отсутствуют градиенты температуры и которые обмениваются теплом по закону Ньютона друг с другом и с изотермической средой, посвящен ряд работ, например [1, 2]. В работе [3] изучена одномерная модель проводящего калориметра для случая сферической и цилиндрической геометрии, причем мощность источника тепловой энергии изменяется по времени по произвольному закону.

Обобщая результаты предыдущих исследований, построим уточненную и расширенную математическую модель типичной прецизионной калориметрической системы, состоящую из четырех областей: D_1 , D_2 , D_3 , D_4 (см. рисунок), разделенных поверхностями S_1 , S_2 и S_3 .

Область D_1 соответствует внутренней части калориметрического ядра, область D_2 — внешней его части, область D_3 — пространству, окружающему ядро, область D_4 — изотермической оболочке калориметра.

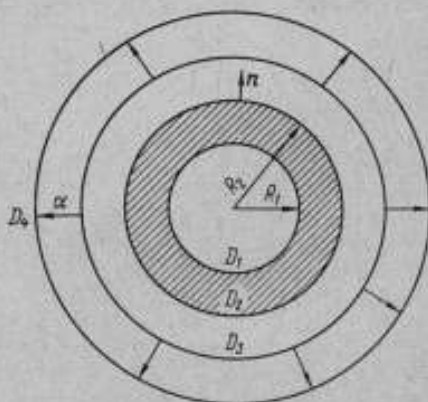
Примем следующие допущения:

1. Тепловыделение с мощностью, описываемой произвольной функцией $W_1(t)$, происходит в области D_1 (функция $W_1(t)$ моделирует химическую реакцию или физический процесс); тепловыделение, описываемое функцией $W_2(t)$ в области D_3 , $W_2(t)$, моделирует источник тепловой энергии; кроме того, в D_3 действует еще источник постоянной мощности W_0 .

2. Температура $\theta_2(r, t)$ в точке, задаваемой радиусом-вектором r , в области D_2 определяется уравнением теплопроводности Фурье.

3. В областях D_1 и D_3 отсутствуют градиенты температуры на всем протяжении теплового процесса.

4. В любой момент времени t температура $\theta_1(t)$ области D_1 равна температуре $\theta_2(r, t)$ поверхности S_1 области D_2 , а температура $\theta_3(t)$ области



Модель калориметрической системы.

D_3 равна температуре поверхности S_2 области D_2 , т.е. имеет место идеальный тепловой контакт области D_2 с областями D_1 и D_3 .

5. Температура изотермической оболочки (область D_4) постоянная и равна t_j .

6. В начальный момент времени температуры областей D_1 , D_2 и D_3 равны t_0 .

7. Теплоемкости C_1 , C_2 и C_3 областей D_1 , D_2 и D_3 , а также температуропроводность a и теплопроводность λ области D_2 не зависят от температуры.

8. Поверхности S_1 и S_2 в любой момент времени изотермичны; производные $\left(\frac{\partial \theta_2}{\partial n}\right)_{S_1}$ и $\left(\frac{\partial \theta_2}{\partial n}\right)_{S_2}$ постоянны на S_1 и S_2 в любой момент времени.

9. Изотермическая оболочка обменивается теплом с областью D_3 по закону Ньютона с постоянным коэффициентом теплообмена α . Температурное поле в такой системе задается следующими дифференциальным уравнением, начальными и граничными условиями, а также условиями идеального теплового контакта на поверхностях S_1 и S_2 :

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial t} = \alpha \Delta \theta_2; \quad (1)$$

$$W_1(t) = C_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \lambda S_1 \left(\frac{\partial \theta_2}{\partial n}\right)_{S_1}; \quad (2)$$

$$W_2(t) + W_0 = C_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} - \lambda S_2 \left(\frac{\partial \theta_2}{\partial n}\right)_{S_2} + \alpha S_2 (\theta_2 - t_j); \quad (3)$$

$$\theta_1(0) = \theta_2(0) = \theta_3(0) = t_0; \quad (4)$$

$$\theta_1(t) = \theta_2(r, t)|_{S_1}; \quad (5)$$

$$\theta_3(t) = \theta_2(r, t)|_{S_2}; \quad (6)$$

Введем безразмерные параметры

$$l = \frac{r}{R_2}; \quad r_1 = \frac{R_1}{R_2}; \quad W_1(t) = \frac{W_1(t) R_2^2}{a C_1 t_0};$$

$$W_2(t) = \frac{W_2(t) R_2^2}{a C_2 t_0}; \quad W_0 = \frac{W_0 R_2^2}{a C_2 t_0}; \quad h_1 = \frac{R_2 \lambda S_1}{a C_1};$$

$$h_2 = \frac{R_2 \lambda S_2}{a C_2}; \quad z_k = \frac{\theta_k - t_0}{t_0}, \quad k = 1, 2, 3;$$

$$\beta = \frac{t_1 - t_0}{t_0}, \quad \omega = \frac{\alpha S_3 R_3^2}{\alpha C_3}, \quad F_0 = \frac{at}{R_2^2}.$$

Далее принимаем следующие обозначения: $F_0 = t, l = r, \theta_k = \epsilon k$.

Применяя метод преобразования Лапласа и используя при нахождении оригинала температуры теорему о свертке и теорему обращения, для случая сферической геометрии можно получить аналитическое представление температурного поля в модели для произвольных функций $W_1(t)$ и $W_2(t)$ (если только от них существует преобразование Лапласа), т.е. $W_1(t)$ и $W_2(t)$ растут медленнее, чем e^t , что соблюдается на практике).

$$\begin{aligned} \theta_2(r, t) = & \theta_{\infty} + (W_0 + \beta\omega) \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(r) \exp(-\mu_n^2 t) + \\ & + W_1(t) \left[\frac{r_1^2}{h_1} \left(\frac{1}{r} - \frac{h_2 + \omega}{\omega} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(r) \right] + W_2(t) \left[\frac{1}{\omega} + \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(r) \right] - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n^2 \varphi_n(r) \int_0^t W_2(\tau) \exp[-\mu_n^2(t - \tau)] d\tau - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n^2 \psi_n(r) \int_0^t W_1(\tau) \exp[-\mu_n^2(t - \tau)] d\tau. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$\theta_{\infty} = \frac{(W_0 + \beta\omega)}{\omega}; \quad \psi_n(r) = \frac{2r_1^2 C_n(r)}{r b_n}; \quad \varphi_n(r) = \frac{2a_n(r)}{r b_n};$$

$$\begin{aligned} b_n = & \mu_n^2 \sin[\mu_n(1 - r_1)] \{ (r_1 - 1) r_1 \mu_n^4 + \mu_n^2 (h_1 h_2 r_1^2 - 2r_1 h_2 + \\ & + \omega r_1 + h_1 - \omega r_1^2 - h_2 r_1^2 + 2h_1 r_1 - h_1 h_2 r_1) - h_1 \omega \} + \\ & + \mu_n \cos[\mu_n(1 - r_1)] \{ \mu_n^2 (2h_1 r_1^2 - 4r_1 + h_2 r_1 - h_2 r_1^2) + 2h_2 r_1 + 2r_1 \omega - \\ & - r_1^2 h_1 h_2 - 2h_1 r_1^2 + 2h_1 - h_1 h_2 \}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$a_n(r) = \sin[\mu_n(r_1 - r)] (h_1 - r_1 \mu_n^2) - h_1 r_1 \mu_n \cos[\mu_n(r_1 - r)]; \quad (9)$$

$$C_n(r) = h_2 \mu_n \cos[\mu_n(r - 1)] + \sin[\mu_n(r - 1)] (h_2 + \omega - \mu_n^2); \quad (10)$$

μ_n — положительные корни характеристического уравнения

$$\begin{aligned} \sin[\mu(r_1 - 1)] [\mu^4 r_1 + \mu^2 (h_1 h_2 r_1 - h_2 r_1 - h_1 - r_1 \omega) + h_1 h_2 + h_1 \omega] = \\ = \mu \cos[\mu(r_1 - 1)] [(h_2 r_1 - r_1 h_1) \mu^2 + h_1 (r_1 \omega + h_2 r_1 - h_2)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Полученное аналитическое представление можно использовать при решении перечисленных выше задач практической калориметрии, так как оно позволяет учитывать такие факторы, как положение источников тепловой энергии при электрической градуировке и измерении неизвестного теплового эффекта, а также зависимость мощности этих источников от времени. Кроме того, оно может использоваться для оценки погрешности, связанной с введением для упрощения расчетов теплового эквивалента калориметра, что равносильно пренебрежению наличием градиентов температурного поля, возникающих в процессе эксперимента.

Например, при измерении количества теплоты сжигания по обычной методике в типичной калориметрической системе с изотермической оболочкой при электрической градуировке калориметра (опыт I) тепловая энергия выделяется только нагревателем, расположенным в области D_3 (обычно это вода), а при определении неизвестного количества теплоты (опыт II) тепловыделение происходит во внутренней полости бомбы; температуру же измеряют в обоих опытах в воде. Таким образом, из (7) получаем температурную кривую $\theta_I(1, t)$ для опыта I, полагая $W_1(t) = 0$, $r = 1$, и кривую $\theta_{II}(1, t)$ для опыта II, полагая $W_2(t) = 0$, $r = 1$:

$$\theta_1(1, t) = \bar{\theta}_m + (W_0 + \omega\beta) \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(1) \exp(-\mu_n^2 t) + W_2(t) \left[\frac{1}{\omega} + \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(1) \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n^2 \int_0^t \varphi_n(1) W_2(\tau) \exp[-\mu_n^2(t-\tau)] d\tau; \quad (12)$$

$$\theta_2(1, t) = \bar{\theta}_m + (W_0 + \omega\beta) \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(1) \exp(-\mu_n^2 t) + W_1(t) \left[\frac{r_1^2}{h_1} \left(1 - \frac{h_2 + \omega}{\omega} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(1) \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n^2 \psi_n(1) \int_0^t W_1(\tau) \exp[-\mu_n^2(t-\tau)] d\tau. \quad (13)$$

Здесь обозначено:

$$\theta_1(1, t) = \theta_I(1, t); \quad \theta_2(1, t) = \theta_{II}(1, t)$$

В наших предыдущих работах показано, что значение систематической погрешности, связанной с введением теплового эквивалента калориметра, может быть рассчитано по формуле

$$\Delta Q = C_2 t_0 \left\{ \frac{[\bar{\theta}_2(t_n) - \bar{\theta}_2(t_n)]}{[\theta_2(1, t_n) - \theta_2(1, t_n)]} [\theta_1(1, t_n) - \theta_1(1, t_n)] - [\bar{\theta}_1(t_n) - \bar{\theta}_1(t_n)] \right\} + C_1 t_0 \left\{ \frac{[\theta_2(r_1, t_n) - \theta_2(r_1, t_n)]}{[\theta_2(1, t_n) - \theta_2(1, t_n)]} [\theta_1(1, t_n) - \theta_2(1, t_n)] - [\theta_1(r_1, t_n) - \theta_1(r_1, t_n)] \right\}. \quad (14)$$

где t_n и t_k — начальный и конечный моменты главного периода; $\bar{\theta}_1(t_n)$, $\bar{\theta}_2(t_n)$, $\theta_1(t_n)$ и $\theta_2(t_n)$ — средние температуры в моменты времени t_n и t_k .

Формулу (14) можно использовать для определения влияния различных факторов на точность измерения количества тепловой энергии по методу введения теплового эквивалента системы. По этой формуле также можно определить минимальную продолжительность главного периода, необходимую для уменьшения погрешности ΔQ до некоторого заданного значения. Кроме того, полученные аналитические выражения могут использоваться для синтеза калориметрических систем, обладающих оптимальными характеристиками.

Введем в качестве простейшего критерия оптимальности калориметрической системы величину ΔQ ; при этом оптимальной будем считать ту систему, которая в момент времени t_k (момент окончания главного периода обоих опытов) обеспечивает наименьшее значение погрешности ΔQ . Выбор величины ΔQ в качестве критерия оптимальности объясняется тем, что основной причиной неисключенной систематической погрешности является применение для расчетов упрощенной методики, основанной на введении теплового эквивалента калориметра.

Как следует из формулы (14), достаточным условием равенства нулю погрешности ΔQ является наличие равномерных температурных полей в калориметре в моменты времени t_n и t_k . Анализ выражений (12) и (13) показал, что значения слагаемых, зависящих от r , тем ближе к нулю в данный момент времени, чем больше величины μ_n корней характеристического уравнения (11). Действительно, величины μ_n входят в показатели экспонент в квадрате, а в выражения для $\varphi_n(r)$ и $\psi_n(r)$ — в комбинациях типа $\mu_n \cos(\mu_n r_1)$, $\mu_n^2 \sin(\mu_n r_1)$, где они имеют степень не выше 4-й, а остальные параметры (h_1, h_2, ω, r_1) — не выше 2-й. Поэтому естественно предположить, что решающее значение для обеспечения равномерности температурных полей имеют величины μ_n (особенно μ_1), поскольку они образуют быстро возрастающую последовательность $\mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_n$.

Таким образом, оптимальной с точки зрения выбранного критерия будет калориметрическая система, обладающая параметрами, которые обеспечивают максимум величины μ_1 . Очевидно, что μ_1 зависит только от параметров h_1, h_2, ω и r_1 , т.е. μ_1 определяется геометрией калориметрической системы, теплофизическими параметрами ее частей и коэффициентом теплообмена и не зависит от температуры оболочки t_f , начальной температуры t_0 и тепловых воздействий на систему, обусловленных величинами $W_1(t)$, $W_2(t)$ и W_0 . Вследствие этого число изучаемых параметров может быть уменьшено до четырех. Более равномерные температурные поля в системе можно получить, варьируя ее геометрию и теплофизические параметры.

Таким образом, задача оптимизации системы в смысле выбранного критерия сводится к нахождению всего лишь четырех параметров, обеспечивающих максимум μ_1 . Поскольку решение этой задачи в общем виде невозможно, приходится ограничиться нахождением такого набора параметров h_1, h_2, ω и r_1 , который обеспечивал бы значение величины μ_1 не менее заданного. Рассмотрим метод подбора параметров h_1, h_2 и ω , обеспечивающих при заданной величине r_1 значение μ_1 не менее $\pi/(1-r_1)$.

Полагая $z = \mu(1-r_1)$, перепишем (11) в виде

$$\operatorname{tg} z = f(z) = \frac{z[r_1(h_1 - h_2)z^2 - (1-r_1)^2(r_1 h_1 \omega + h_1 r_1 h_2 - h_1 h_2)]}{r_1 z^4 + z^2(1-r_1)^2(h_1 h_2 r_1 - h_2 r_1 - h_1 - r_1 \omega) + h_1(\omega + h_1)(1-r_1)^2}. \quad (15)$$

Отметим, что h_1, h_2, ω и r_1 положительные числа, причем $0 < r_1 < 1$.

Введем для этих параметров условие

$$h_1 h_2 r_1 - h_2 r_1 - h_1 - r_1 \omega > 0, \quad (16)$$

обеспечивающее положительность знаменателя $f(z)$ и непрерывность $f(z)$ при всех значениях z . Отметим, что $f(0) = 0$. Потребуем также, чтобы соблюдалось условие

$$h_1 > h_2. \quad (17)$$

Тогда знак $f(z)$ будет совпадать со знаком выражения

$$\varphi(z) = z^2 r_1 (h_1 - h_2) - (1 - r_1)^2 (r_1 h_1 \omega + h_1 h_2 r_1 - h_1 h_2)$$

при всех $z > 0$.

Корни $\varphi(z)$ z_1 и z_2 будут вещественны, если справедливо неравенство

$$r_1(\omega) + h_2 r_1 - h_2 > 0. \quad (18)$$

Очевидно, что функция $\varphi(z)$, а следовательно, и $f(z)$, будут отрицательны в интервале $z_1 < z < z_2$ и положительны при $z > z_2$, где

$$z_{1,2} = \pm (1 - r_1) \sqrt{\frac{h_1 (r_1 \omega + h_2 r_1 - h_2)}{(h_1 - h_2) r_1}}. \quad (19)$$

Поскольку $z_1 < 0$, а $f(0) = 0$, то в интервале $0 < z < z_2$ функция $f(z)$ отрицательна.

Заметим, что функция $\operatorname{tg} z$ положительна в интервале $0 < z < \frac{\pi}{2}$ и отрицательна при $\frac{\pi}{2} < z < \pi$. Поэтому при $z_2 = \pi/2$ первый положительный корень уравнения $\operatorname{tg} z = f(z)$ будет не меньше π . Условие $z_2 = \pi/2$ приводит к соотношению:

$$\frac{(1 - r_1)^2 h_1 (r_1 \omega + h_2 r_1 - h_2)}{r_1 (h_1 - h_2)} = \frac{\pi^2}{4}. \quad (20)$$

Обозначив $\epsilon = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{r_1}{(1 - r_1)^2}$, получим

$$h_1 r_1 \omega + h_1 h_2 r_1 - h_1 h_2 = \epsilon (h_1 - h_2). \quad (21)$$

Таким образом, при выполнении условий (16), (17), (18) и (21) получим $\mu_1 > \pi / (1 - r_1)$. Можно подобрать такие значения параметров h_1 , h_2 , ω и r_1 , при которых одновременно выполняются все эти условия. Например, переходя к размерным величинам и используя принятые обозначения

$$h_1 = \frac{R_2 \lambda S_1}{a C_1}; \quad h_2 = \frac{R_2 \lambda S_2}{a C_3}; \quad \omega = \frac{\alpha S_3 R_2^2}{a C_2}; \quad r_1 = \frac{R_1}{R_2},$$

будем считать заданными величинами a и λ (материал оболочки бомбы), R_1 и R_2 (геометрия бомбы), а также C_{y3} (объемная теплоемкость материала области D_3 , например воды). Размерные величины C_{y1} , R_3 и α , которые можно принять любым положительным числом независимо от заданных значений a , λ , C_{y3} , R_2 и R_1 , достаточно выбрать в соответствии

с соотношениями (22)–(27), чтобы выполнялись условия (16)–(21) и $\mu_1 > \pi/(1-r_1)$

$$C_{v1} < 3C_{v3} \left(\sqrt{\frac{4r_1^2}{\pi^2(1-r_1)^2} \left(\frac{4r_1^2}{\pi^2(1-r_1)^2} + 1 \right)} - \frac{4r_1^2}{\pi^2(1-r_1)^2} \right), \quad (22)$$

$$R^* < R_3 < \min [R^{**}, R^{***}], \quad (23)$$

где

$$R^* = R_2 \sqrt[3]{1 + \frac{3\lambda(3\lambda - aC_{v1})R_1}{aC_{v3}[C_{v1}R_1ac + 3\lambda R_2]}}; \quad (24)$$

$$R^{**} = R_2 \sqrt[3]{1 + \frac{R_1}{R_2} \frac{C_{v1}}{C_{v3}} \left[\frac{3\lambda}{aC_{v1}} - 1 \right]}; \quad (25)$$

$$R^{***} = R_2 \sqrt[3]{1 + \frac{R_1}{R_2} \frac{C_{v1}}{C_{v3}}}; \quad (26)$$

$$a = \frac{a}{3} \frac{(R_2^3 - R_3^3) C_{v3}}{R_2^2 R_3^2} \left[\frac{\varepsilon(h_1 - h_2)}{h_1} + h_2(1 - r_1) \right]. \quad (27)$$

Аналитическое представление (7) для температурного поля можно использовать при получении математически строгих соотношений тепловых эффектов исследуемых процессов. Пусть $Q_1 = \int_0^\infty W_1(t) dt$ — изучаемый тепловой эффект процесса, происходящего во внутренней полости калориметрического ядра. Тогда

$$\begin{aligned} \int_0^\infty [\theta_\omega - \theta(r, t)] dt &= (W_0 + \beta\omega) \sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty \varphi_n(r) e^{-\mu_n^2 t} dt + \\ &+ \int_0^\infty W_1(t) dt \left[\frac{r_1^2}{h_1} \left(\frac{h_2 + \omega}{\omega} - \frac{1}{2} \right) + \sum_{n=1}^\infty \psi_n(r) \right] - \\ &- \sum_{n=1}^\infty \mu_n^2 \psi_n(r) \int_0^\infty \int_0^t W_1(\tau) e^{-\mu_n^2(t-\tau)} d\tau = \\ &= (W_0 + \beta\omega) \sum_{n=1}^\infty \frac{\varphi_n(r)}{\mu_n^2} + Q_1 \left[\frac{r_1^2}{h_1} \left(\frac{h_2 + \omega}{\omega} - \frac{1}{r} \right) + \sum_{n=1}^\infty \psi_n(r) \right] - \\ &- \sum_{n=1}^\infty \mu_n^2 \psi_n(r) \left[\lim_{t \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{\mu_n^2} e^{-\mu_n^2 t} \int_0^t W_1(\tau) e^{\mu_n^2 \tau} d\tau \right) + \frac{1}{\mu_n^2} \int_0^\infty W_1(\tau) d\tau \right]. \end{aligned}$$

Можно показать, что согласно [3]

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ e^{-\mu_n^2 t} \int_0^t W_1(\tau) e^{\mu_n^2 \tau} d\tau \right\} = 0.$$

Отсюда получаем искомое соотношение

$$\int_0^\infty [\theta_\omega - \theta(r, t)] d\tau = (W_0 + \beta\omega) \sum_{n=1}^\infty \frac{\varphi_n(r)}{\mu_n^2} + Q_1 \frac{r_1^2}{h_1} \left(\frac{h_1 + \omega}{\omega} - \frac{1}{r} \right).$$

где $\int_0^{\infty} [\bar{\theta}_{\infty} - \bar{\theta}(r, t)] dt$ определяется по экспериментальной температурной кривой.

Аналитическое представление (7) можно использовать и для определения термодинамических характеристик теплового процесса, т.е. вида функции $W_1(t)$ и $W_2(t)$. Пусть процесс протекает в области D_3 . В этом случае, учитывая, что

$$\bar{\theta}(r, 0) = 0 = \bar{\theta}_{\infty} + (W_0 + \beta\omega) \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(r),$$

из (7) находим

$$\begin{aligned} E(t) &= \bar{\theta}(r, t) - \bar{\theta}_{\infty} - (W_0 + \beta\omega) \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(r) e^{-\mu_n^2 t} = \\ &= \int_0^t \left(- \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n^2 \varphi_n(r) e^{-\mu_n^2(t-\tau)} \right) W_1(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Таким образом, имеем интегральное уравнение Вольтерра 1-го рода

$$E(t) = \int_0^t k(t, \tau) W_1(\tau) d\tau \quad (28)$$

с ядром

$$k(t, \tau) = - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n^2 \varphi_n(r) e^{-\mu_n^2(t-\tau)}. \quad (29)$$

Решая (28), можно получить функцию $W_1(t)$.

Воспроизводимость размера единицы количества теплоты с помощью эталонов (государственного первичного эталона джоуля для калориметрии сжигания органических соединений, специального эталона джоуля для калориметрии сжигания элементоорганических соединений, первичного и специальных эталонов единицы удельной теплоемкости твердых тел и др.) характеризуется оценкой среднего квадратического отклонения результата 0,005–0,01%. Аналогичные данные можно получить и при аттестации указанными эталонами мер количества теплоты или удельной теплоемкости.

Проведенные аналитические исследования позволят вводить в результаты измерений тепловых величин поправки, имеющие тот же порядок, что и систематические и случайные погрешности эталонных и прецизионных измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weber H. New principles of calorimetric design. – *Termochimica acta*, 1974, v. 9, N 1.
2. Zielenkiewicz W., Margas E. New methods of determining thermal effects in calorimeters. – *Bull. Acad. Polon. Scien*, 1972, N 20.
3. Satohiro Tanaka. Theory of Heat-Flow calorimeter. – *Anal. Chem.*, 1974, v. 46, N 3.

Поступила в редакцию 11.12.1978 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ШУМОВОГО ТЕРМОМЕТРА С КАНАЛОМ КОРРЕКЦИИ ПОГРЕШНОСТИ

Проблема снижения влияния собственных шумов первых каскадов усиления сигнала является основной при разработке шумовых термометров [1]. Это объясняется малой амплитудой шумового сигнала порядка 1 мкВ при полосе входного сигнала до 10^5 Гц и сравнимого с ним собственного шума первого каскада усиления. Отношение сигнал-шум в некоторых случаях оказывается меньше единицы и точные измерения становятся практически невозможными.

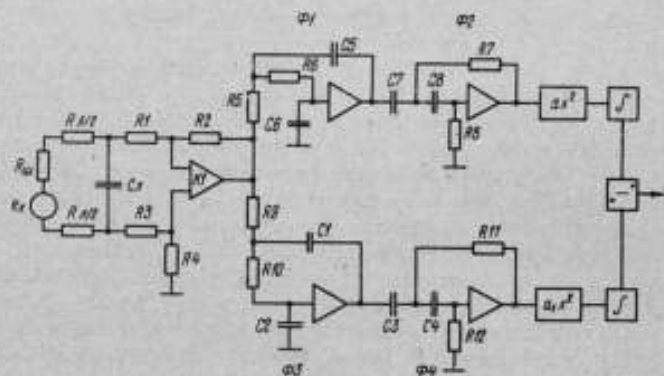
Существуют методы борьбы с собственными шумами аппаратуры в шумовых термометрах. Так, в [2] применен метод закорачивания емкостью входа усилителя и компенсации получившегося на выходе термометра постоянного напряжения, "пропорционального собственному шуму", источником постоянного напряжения. Однако такой метод обладает значительной погрешностью, так как при закорачивании входа усилителя сильно уменьшается полоса пропускания усилителя, в результате чего собственный шум оказывается в несколько раз меньшим, чем в режиме измерения температуры. Кроме того, так как компенсация шума и измерение температуры производится в разное время, возникает погрешность за счет изменения собственного шума во времени. Существуют также [3] корреляционный метод уменьшения влияния собственных шумов аппаратуры. При этом тепловой шум поступает на два одинаковых усилителя, а затем выходные сигналы усилителей перемножаются. Так как собственные шумы двух усилителей некоррелированы, то после умножения получается выходной сигнал в виде теплового шума с компенсированным собственным шумом. Однако, из-за низкой точности существующих умножителей переменного напряжения, составляющей единицы процентов, конечная точность компенсации собственного шума оказывается невысокой. Изменение температуры первых каскадов усиления двух усилителей оказывает коррелированное воздействие на собственные шумы усилителей, в результате чего выходной сигнал умножителя меняется при изменении температуры усилителей, что вызывает дополнительную погрешность измерения.

Для оценки эффективности предлагаемого метода рассмотрим схему, в которой устранены перечисленные выше недостатки. Схема (см. рисунок) представляет собой шумовой термометр непосредственной оценки, использующий уравнение Найквиста в прямом виде. Напряжение теплового шума усиливается входным дифференциальным каскадом, последующим усилителем и поступает на два полосовых фильтра, составленных из фильтров низкой и высокой частоты. Дифференциальный каскад используется для устранения синфазных помех. Затем напряжение шумов возводится в квадрат и усредняется интеграторами. Полосы частот фильтров $\Phi 1$, $\Phi 2$ и $\Phi 3$, $\Phi 4$ разнесены по оси частот и выбраны так, что спад полосы пропускания линии связи с параметрами $R_{л}$, $C_{л}$ приходится между фильтрами. При этом фильтры $\Phi 1$, $\Phi 2$ пропускают спектр теплового шума и собственный шум усилителя, а фильтры $\Phi 3$, $\Phi 4$ только собственный шум усилителя, занимающий большую полосу частот, чем тепловой шум,

ограниченный линией связи. В вычитателе на выходе устройства происходит непрерывная компенсация собственного шума, и выходной параметр оказывается пропорциональным измеряемой температуре с коэффициентом, зависящим от температуры окружающей среды, помех и т.п. Определим передаточную функцию рассматриваемой схемы. Известно, что входная спектральная плотность напряжения на единицу частоты

$$S_1(\omega) = 4kT_x(R_{ш} + R_d) = 4kT_xR_0 \quad (1)$$

где k — постоянная Больцмана; T_x — измеряемая температура; $R_{ш}$ — шумовое сопротивление; R_d — сопротивление линии связи.



Структурная схема шумового термометра с каналом коррекции погрешности

Линия связи и усилители — линейные системы, причем линия связи представляет собой фильтр нижних частот. Поэтому, используя известное соотношение для спектров процессов на входе и выходе линейных систем и полагая коэффициенты усиления усилителей не зависящими от частоты, получим спектр сигнала на выходе

$$S_2(\omega) = |K_1(j\omega)|^2 S_1(\omega). \quad (2)$$

С учетом коэффициента передачи линии связи

$$K_A(j\omega) = \frac{R_{вх}}{R_{вх} + R_0 + j\omega C_A R_{вх} R_0} \quad (3)$$

$$S_2(\omega) = \frac{4kR_0K_1^2K_2^2}{\left(\frac{R_0 + R_{вх}}{R_0R_{вх}}\right)^2 + \omega^2 R_0^2 C_A^2} T_x = \frac{4kR_0K_1^2K_2^2}{a^2 + \omega^2 \tau_1^2} T_x \quad (4)$$

где $R_{вх}$ — входное сопротивление усилителя; $\tau_1 = R_0 C_A$; $a = \frac{R_0 + R_{вх}}{R_0 R_{вх}}$.

Таким образом, после усиления получаем шумовой сигнал (4), эквивалентный в пересчете на шумовое сопротивление температуре $K_1^2 K_2^2 T_x$.

Коэффициент усиления дифференциального усилителя K_1 с обратной связью для теплового шума

$$K_1 = \frac{A(1 + \beta_1 \Delta T_0 + \beta_2 \Delta U)}{1 + \frac{R_1 A}{R_2}}, \quad (5)$$

где R_1 и R_2 — сопротивления в схеме усилителя; A — коэффициент усиления без обратной связи; β_1 и β_2 — коэффициенты; $\frac{\partial A}{\partial T_0}$ и $\frac{\partial A}{\partial U}$ — зависимости коэффициента усиления от температуры окружающей среды и напряжения питания; ΔT_0 — приращение температуры окружающей среды; ΔU — приращение напряжения питания.

Используя (2), получим спектральную плотность напряжения после фильтров, имеющих в полосе пропускания единичный коэффициент усиления

$$S_3(\omega) = \frac{4kR_0 K_1^2 K_2^2}{a^2 + \omega^2 \tau_1^2} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \frac{\omega^2 \tau_3^2}{1 + \omega^2 \tau_3^2} T_x, \quad (6)$$

где $\tau_2^2 = R_5 R_6 C_5 C_6$; $\tau_3^2 = R_7 R_8 C_7 C_8$ — параметры фильтров.

Для определения вида процесса после квадратора, осуществляющего нелинейное преобразование случайного процесса, найдем корреляционную функцию, соответствующую спектральной плотности напряжения (6), с помощью преобразования Винера—Хинчина

$$K_0(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega. \quad (7)$$

Используя представление $\exp(j\omega\tau) = \cos \omega\tau + j \sin \omega\tau$ и разлагая дробь под интегралом, получим

$$K_3(\tau) = 4kR_0 K_1^2 K_2^2 \left[\frac{B}{2a\tau} \exp\left(-\frac{a|\tau|}{\tau_1}\right) + \frac{D}{2\tau_2} \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_2}\right) + \frac{F}{2\tau_3} \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_3}\right) \right] T_x, \quad (8)$$

где

$$B = -\frac{a^2 \tau_1^2 \tau_2^2}{(\tau_1^2 - a^2 \tau_2^2)(\tau_1^2 - a^2 \tau_3^2)}, \quad F = \frac{\tau_3^4}{(\tau_3^2 - \tau_2^2)(\tau_1^2 - a^2 \tau_3^2)},$$

$$D = -\frac{\tau_2^3 \tau_3^2}{(\tau_3^2 - \tau_2^2)(\tau_1^2 - a^2 \tau_2^2)}.$$

Определим корреляционную функцию на выходе квадратора с характеристикой $y = a X^2$, используя известное выражение для i -й производной от двумерного момента по коэффициенту корреляции:

$$\frac{\partial^i M_{11}(\tau)}{\partial R^i} = a^{2i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Y^{(i)}(x_1) Y^{(i)}(x_2) W_2(x_1, x_2) dx_1 dx_2. \quad (9)$$

Здесь σ^2 — дисперсия входного процесса; $Y^{(i)}(x)$ — i -я производная от характеристики преобразования; $W_2(x_1, x_2)$ — двумерная нормальная плотность вероятности.

Подставляя в формулу (9) вторую производную от характеристики преобразования $Y'' = 2a$ и интегрируя по коэффициенту корреляции, найдем

$$M_{11}(\tau) = 2a^2 K^2(\tau) + \sigma^2 \tau, \quad (10)$$

где $K^2(\tau) = \sigma^4 R^2(\tau)$ — корреляционная функция на входе квадратора. Таким образом, на выходе квадратора двумерный момент имеет вид

$$\begin{aligned} M_{11}(\tau) = & a^2 4kR_0 K_1^2 K_2^2 T_x \left[\frac{B^2}{2a^2 \tau_1^2} \exp\left(-\frac{2a|\tau|}{\tau_1}\right) + \frac{D^2}{2\tau_2^2} \exp\left(-\frac{2|\tau|}{\tau_2}\right) + \right. \\ & \left. + \frac{F^2}{2\tau_3^2} \exp\left(-\frac{2|\tau|}{\tau_3}\right) + \frac{DF}{\tau_2 \tau_3} \exp\left(-\frac{\tau_3 + \tau_2}{\tau_2 \tau_3} |\tau|\right) \right. \\ & \left. + \frac{BD}{a\tau_1 \tau_2} \exp\left(-\frac{\tau_1 - a\tau_2}{\tau_1 \tau_2} |\tau|\right) + \frac{FB}{2\tau_1 \tau_3} \exp\left(-\frac{\tau_1 - a\tau_3}{\tau_1 \tau_3} |\tau|\right) \right] + \\ & + a^2 (4kR_0 K_1^2 K_2^2 T_x)^2 \left(\frac{B}{2a\tau_1} + \frac{D}{2\tau_2} + \frac{F}{2\tau_3} \right)^2 = \sigma^2 K(\tau) + m^2, \quad (11) \end{aligned}$$

где m — математическое ожидание процесса на выходе квадратора.

После интегратора, обладающего импульсной переходной характеристикой

$$G(t) = \begin{cases} \frac{1}{RC} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) & \text{при } 0 < t < t_{\text{кон}} \\ 0 & \text{при остальных } t \end{cases} \quad (12)$$

где R и C — сопротивление и емкость интегратора, t и $t_{\text{кон}}$ — текущее и конечное время интегрирования, математическое ожидание процесса

$$m_{\text{вых}} = a^2 4kR_0 K_1^2 K_2^2 \left(\frac{B}{2a\tau_1} + \frac{D}{2\tau_2} + \frac{F}{2\tau_3} \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{t_{\text{кон}}}{RC}\right) \right] T_x. \quad (13)$$

Здесь B, D, F — параметры фильтров и линии связи, определяемые формулой (8); $a = \frac{R_0 + R_{\text{вх}}}{R_0 R_{\text{вх}}}$ — параметр линии связи; K_1 — коэффициент усиления входного усилителя, определяемый формулой (5) для теплового шума; K_2 — коэффициент усиления основного усилителя; $t_{\text{кон}}$ — время усреднения шумового сигнала.

Уравнение (13) позволяет оценить среднюю квадратическую погрешность выходной величины $m_{\text{вых}}$ шумового термометра при изменении параметров линии связи.

Из формулы (13) следует, что время интегрирования случайного сигнала $t_{\text{кон}}$ должно быть таким, чтобы величина $\exp(-t_{\text{кон}}/RC)$ была меньше относительной средней квадратической погрешности измерения.

Считая, что тепловой и собственный шумы представляют аддитивную смесь, получим в первом канале полный сигнал

$$m_{\text{вых}} = a^2 K_1^2 K_2^2 \left(\frac{B}{2a\tau_1} + \frac{D}{2\tau_2} + \frac{F}{2\tau_3} \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{t_{\text{кон}}}{RC}\right) \right] (4kR_0 T_x + N_0), \quad (14)$$

где N_0 — спектральная плотность напряжения собственного шума. Для собственного шума во втором канале полный сигнал

$$m_{\text{ш}} = a_1^2 K_1^2 K_2^2 \left(\frac{B_1}{2a\tau_1} + \frac{D_1}{2\tau_4} + \frac{F_1}{2\tau_5} \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{t_{\text{кон}}}{RC}\right) \right] N_0, \quad (15)$$

где a_1^2 — коэффициент характеристики квадратора второго канала; B_1, D_1, F_1 — параметры, аналогичные B, D, F (8) для фильтров во втором канале при других постоянных времени $\tau_2 \Rightarrow \tau_4, \tau_3 \Rightarrow \tau_5; \tau_4, \tau_5$ — постоянные времени фильтров $\Phi 4$ высокой и $\Phi 3$ низкой частоты в канале измерения собственного шума, $\tau_4 = R_9 R_{10} C_1 C_2$ и $\tau_5 = R_{11} R_{12} C_3 C_4$ (см. рисунок).

Считая постоянные времени интеграторов в обоих каналах одинаковыми и вычитая (15) из (14), получим выходной сигнал

$$M = K_1^2 K_2^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{t_{\text{кон}}}{RC}\right) \right] \left\{ a^2 \left(\frac{B}{2a\tau_1} + \frac{D}{2\tau_2} + \frac{F}{2\tau_3} \right) 4kR_0 T_x + N_0 \left[a^2 \left(\frac{B}{2a\tau_1} + \frac{D}{2\tau_2} + \frac{F}{2\tau_3} \right) - a_1^2 \left(\frac{B_1}{2a\tau_1} + \frac{D_1}{2\tau_4} + \frac{F_1}{2\tau_5} \right) \right] \right\}. \quad (16)$$

Спектральная плотность собственного шума, порождающая погрешность измерения, компенсируется с погрешностью, определяемой разбросом характеристик квадраторов a_1 и a_2 и постоянных времени фильтров τ_2 и τ_4, τ_3 и τ_5 в обоих каналах измерения.

При изменении температуры среды параметры квадраторов a_1 и a_2 , постоянные времени фильтров τ_2 и τ_4, τ_3 и τ_5 меняются синхронно и компенсация собственного шума не нарушается, что не соблюдается в [2, 3].

В [2] осуществляется компенсация части собственного шума. Та часть собственного шума, которая компенсируется путем закорачивания входа некоторой емкостью C , определяется с помощью (15) при замене $\tau_1 = R_0 C_{\text{л}}$ на $\tau_1' = R_0 (C_{\text{л}} + C)$, так как эта емкость включается параллельно емкости линии связи. Компенсируемая часть собственного шума может оказаться значительно меньше реального собственного шума.

Таким образом, предложенная структурная схема шумового термометра с каналом коррекции погрешности производит более эффективную компенсацию собственных шумов по сравнению с известными методами, а полученное уравнение передаточной функции термометра (16) позволяет найти выражение для средней квадратической погрешности измерителя, если известны погрешности отдельных элементов схемы и их зависимость от температуры окружающей среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борковский, Блейлок. Новый метод шумовой термометрии. — Приборы для научных исследований, 1974, т. 25, № 2.

2. А.с. 488093 (СССР). Шумовой термометр /Б.И.Губский — Оpubл. в Б.И., 1975, № 32.

3. Brixy H.G. Temperature measurement in Nuclear Reactors by Noise Thermometry. — Nucl. Inst. Meth., 1971, v. 97, N 1.

Поступила в редакцию 11.12.1978 г.

УДК 536.53

Н.А.СОКОЛОВ

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРОВ В КАЧЕСТВЕ МЕРЫ СРАВНЕНИЯ В ШУМОВЫХ ТЕРМОМЕТРАХ

В шумовом термометре (ШТ) Гаррисона—Лаусона, построенном по методу замещения, в качестве переменного опорного резистора, находящегося при постоянной температуре T_0 , применяется набор механически коммутируемых сопротивлений. В таком опорном резисторе возникают контактные шумы, уровень которых изменяется с течением времени.

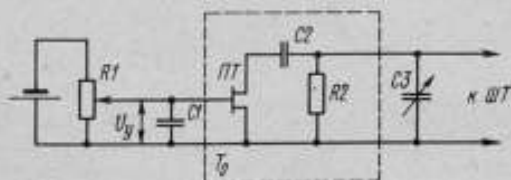


Схема переменного опорного резистора и цепи управления его сопротивлением

Необходимость высокой точности регулирования сопротивления такого опорного резистора предполагает наличие большого числа коммутируемых сопротивлений. Это существенно усложняет конструкцию ШТ, приводит к увеличению емкости опорного резистора и, в результате, к увеличению погрешности ШТ.

В поисках лучших решений автором была сделана попытка использовать в качестве управляемых резисторов новые полупроводниковые приборы — полевые транзисторы [1].

В настоящее время в известных работах не произведена оценка достоинств и недостатков полевых транзисторов (ПТ) с точки зрения их использования в качестве переменного опорного резистора, не определены границы их возможного применения. В данной статье сделана попытка заполнить этот пробел.

К достоинствам ПТ следует отнести прежде всего их безиндуктивность, малую собственную емкость (единицы пикофарад) и наименьший уровень собственных шумов по сравнению с другими полупроводниковыми приборами. Сопротивлением канала ПТ можно управлять в широком диапазоне (10^2 — 10^4) Ом с помощью изменения электрического поля, т.е. без механической коммутации. Однако, как и все полупроводниковые приборы, ПТ обладают избыточными шумами нетеплового происхождения, а величина сопротивления канала ПТ существенно зависит от окружающей температуры.

Оценим влияние избыточных шумов при использовании ПТ в качестве переменного опорного резистора. При включении ПТ по схеме, изображенной на рисунке, шумы тока затвора зашунтированы емкостью C_1 :

$$(\omega C_1)^{-1} \ll R_1 \ll |Z|_{\text{вх. ПТ}} \quad (1)$$

где ω — круговая частота; R_1 — сопротивление, с которого снимается управляющее напряжение U_y ; $|Z|_{\text{вх. ПТ}}$ — входное активное сопротивление ПТ.

Благодаря наличию разделительной емкости C_2 напряжение на канале ПТ $U_{\text{си}} = 0$, причем $\omega C_2 \gg g_0$ (где g_0 — проводимость канала ПТ).

Резистор R_2 представляет собой сопротивление утечки ($R_2 \gg g_0^{-1}$). Известно [2], что при таком включении шумы ПТ определяются только тепловыми шумами проводимости его канала, величину которой можно найти по формуле [1]:

$$g_0 = 2z U_p q N_a a l^{-1} \left[1 - \sqrt{2\epsilon (\varphi_k + U_y) q^{-1} N_a^{-1} a^{-2}} \right], \quad (2)$$

где z — ширина канала; l — длина канала; a — половина толщины канала при $U_y = 0$; U_p — подвижность дырок в канале p -типа; q — заряд электрона; ϵ — диэлектрическая проницаемость полупроводникового материала ПТ; φ_k — контактная разность потенциалов управляющего p - n -перехода; N_a — концентрация акцепторной легирующей примеси в канале.

Количественный анализ формулы (2) осложняется тем, что входящие в нее величины ($z, l, a, U_p, \epsilon, \varphi_k, N_a$) являются характерными параметрами конкретного ПТ, зависящими от температуры, и поэтому определить их точное значение не представляется возможным. Однако элементы схемы R_2, C_2 и ПТ помещены в среду с известной и постоянной температурой $T_0 = \text{const}$, следовательно, все перечисленные выше величины можно считать постоянными для данного опорного резистора. Это позволяет построить зависимость $g_0(U_y)$, используя измерительный резистор шумового термометра — термочувствительный элемент с проводимостью $g_{\text{изм}}$, также находящийся в среде с температурой $T_{\text{изм}} = T_0 = \text{const}$.

Зависимость $g_0(U_y)$ строится для ряда значений проводимости $g_{\text{изм}}$ путем балансировки ПТ по сигналам с измерительного и опорного резисторов. Балансировка по высоким частотам производится обычным путем с помощью регулировки емкости переменного конденсатора C_3 . Очевидно, что при балансе $g_0 = g_{\text{изм}}$. По полученным точкам с необходимой точностью устанавливается зависимость $g_0(U_y)$; в дальнейшем g_0 находится по значению U_y . Погрешность определения зависимости $g_0(U_y)$ будет определяться погрешностью шумового термометра с постоянными измерительным и опорным резисторами [3], предназначенного для измерения отношения двух термодинамических температур ($\delta_{\text{сл}} = 10^{-5}$). Кроме того, суммарная погрешность δ_y будет зависеть от временной воспроизводимости зависимости $g_0(U_y)$.

С целью экспериментального определения воспроизводимости зависимости $g_0(U_y)$ во времени были исследованы три ПТ типа КП 303 Г при одном значении напряжения $U_y = 0,103557$ В. Они помещались в среду, в которой поддерживалась температура таяния льда. Напряжение U_y выставлялось с помощью нормального элемента класса точности 0,002. Сопротивление канала g_0^{-1} измерялось при пропускании через канал постоянного тока $5 \cdot 10^{-5}$ А по компенсационной схеме с потенциометром

типа Р 348 класса точности 0,002. Полученные экспериментальные данные приведены в таблице. Среднее квадратическое отклонение δ_f сопротивления канала ПТ составило $3 \cdot 10^{-5}$.

№ ПТ	Сопротивление канала ПТ (в Ом) по дням						
	1	2	3	4	5	6	7
1	74,367	74,362	74,362	74,363	74,363	74,363	74,367
2	98,245	98,245	98,241	98,243	98,242	98,246	98,243
3	102,526	102,522	102,522	102,524	102,527	102,523	102,525

Считая составляющие $\delta_{сл}$ и δ_f суммарной погрешности δ_T независимыми, а закон распределения каждой из них — нормальным, находим

$$\delta_T = \sqrt{\delta_{сл}^2 + \delta_f^2}, \quad (3)$$

где $\delta_T \approx 4 \cdot 10^{-5}$.

Таким образом, при использовании ПТ в качестве переменного опорного резистора можно создать прецизионный ПТ для измерения термодинамической температуры. По конструкции переменные опорные резисторы будут намного проще опорных резисторов с механической регулировкой значения сопротивления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марченко А.Н. Управляемые полупроводниковые резисторы. — М.: Энергия, 1978.
2. Ван дер Зил. Тепловые шумы в полевых транзисторах /Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике (США). Пер. с англ. — М.: Мир, 1966, т. 50, № 8.
3. Pickup C.P. High-Resolution Noise Thermometer for the Temperature Range 90–100 K — Metrologia, 1975, v. 11, N 4.

Поступила в редакцию 11.12.1978 г.

УДК 536.521.08—52:536.45

Б.Ф.ИВАНОВ

БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЕ ПИРОМЕТРЫ ДЛЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

До недавнего времени при исследовании теплофизических свойств материалов при высоких температурах использовалась стационарная или квазистационарная техника. В таких случаях образец подвергался воздействию высокой температуры в течение нескольких минут и даже часов.

В связи с этим необходимо решение ряда проблем, связанных с возрастающей теплопередачей и химическими реакциями с окружающими телами, испарением образца, потерей механической прочности и т.д. Кроме того, в фотоэлектрических пирометрах возникали значительные погрешности за счет эффектов "утомляемости" и "восстановления" фотокатодов. Все это обусловило поиск новых методов и средств для высокоскоростного измерения температуры и привело к созданию в разных странах быстродействующих пирометров с временным разрешением порядка единиц миллисекунд.

Быстродействующие методы измерения высоких температур необходимы и в других областях науки и техники. К ним можно отнести измерение температуры плазмы и газовых разрядов, вращающихся лопаток и других частей приборов и машин, вытекающей из сопла реактивной струи и т.д. Существует много методов и приборов для быстрого измерения температуры, и поэтому настоящий обзор может представить интерес для дальнейших исследований.

Ранее высокоскоростные температурные измерения проводились двумя методами: фотографическим и фотоэлектрическим. Первый имеет невысокое температурное разрешение в диапазоне температур 500–3500°С, погрешность 1,5–2%, время измерения — несколько микросекунд. Фотоэлектрический метод использовался в соединении с осциллографической записью, ограничивающей температурное разрешение до 1–10% и быстродействие до уровня сотен микросекунд.

Первый быстродействующий пирометр на принципиально новой основе с миллисекундным разрешением был создан в Leeds and Nothrup Company и описан Фоули в [1]. Фотоэлектрический монохроматический пирометр работает на длине волны $\lambda = 0,65$ мкм с полушириной пропускания $\Delta\lambda = 10$ нм, в температурном диапазоне 1300–2500 К. В качестве фотоприемника служит ФЭУ с характеристикой катода S20 [1], на который попеременно поступает свет от измеряемого и эталонного источников. Прерывание света осуществляется вращающимся обтюратором со скоростью вращения 200 об/с, в котором вырезаны шесть пар окон. Сигнал от эталонного источника имеет три уровня градаций благодаря секторным ослабителям. В систему входит общий ФЭУ, усилитель, интегратор и аналого-цифровой преобразователь (АЦП). Сигнал от каждого источника интегрируется в течение 208 мкс и после преобразования в двоичный 13-разрядный код поступает в систему обработки данных, состоящую из запоминающего устройства (ЗУ) на 2048 слов и малой универсальной цифровой вычислительной машины (УЦВМ) для обработки результатов измерений в реальном масштабе времени. Такая обработка позволяет получить 1200 значений температуры за 1 с. В приборе предусмотрена связь с большой ЦВМ с разделением рабочего времени. При времени реагирования 1 с прибор обеспечивает такую же точность и воспроизводимость, как и любой из выпускаемых серийно пирометров США.

Отметим, что для быстродействующих фотоэлектрических пирометров существует предел по точности и быстродействию, определяющийся квантовым выходом ФЭУ, площадью его мишени, оптическим пропусканием пирометра и временем экспозиции. На рис. 1 показана зависимость точности от быстродействия различных пирометров, а также теоретическая зависимость предела точности для фотокатода типа S20 (пунктирная линия). Вышеописанный пирометр используется Цезерлианом в НБС (США) для измерения теплофизических и близких свойств (теплоемкость,

удельное электрическое сопротивление, полусферическая полная и нормальная излучательная способности, точка плавления и т.п.) различных электрических проводников при температурах выше 1300 К в экспериментах, где температура нарастает менее, чем за 1 с. Результаты исследований опубликованы в ряде работ, например [1, 2].

Быстродействующий пирометр, основанный на таком же принципе, был создан в IMGC (Италия). Пирометр позволяет производить до 13 000 измерений в статическом режиме, до 3000 — в динамическом (при быстром нагреве материала образца). Прибор работает в ближней ИК-области спектра на длине волны $\lambda = 1$ мкм и $\Delta\lambda = 50$ нм; температурный диапазон

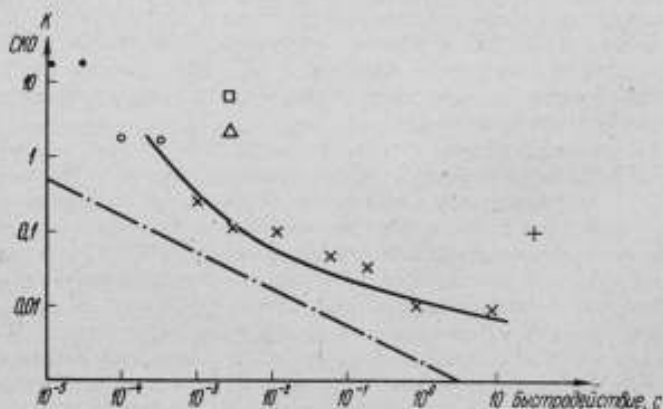


Рис. 1. Зависимость среднего квадратического отклонения (СКО) от быстродействия пирометров
 x — НБС, США; ○ — IMGC, Италия; + — Ли, США;
 ● — ИВТ, АН СССР; △ — ВНИИМ; □ — Лентеплоприбор

разбит на два поддиапазона: 1300 — 2150 К и 2100 — 5000 К. Фотоприемником служит кремниевый фотодиод, перед которым расположены интерференционный фильтр и прерыватель — вращающийся соленоид, управляемый специализированной ЦВМ. Последняя управляет также системой накопления данных, состоящей из восьмиканального мультиплексора, усилителя, АЦП на 15 разрядов и ЗУ на 4096 16-разрядных слов. Максимальное время, требующееся системе для регистрации одного измерения, составляет 77 мкс, но постоянная детектора с усилителем составляет более 200 мкс, что и ограничивает скорость измерений в динамическом режиме. Запомненные данные обрабатываются компьютером, который вычисляет по формуле Планка температуру, а также некоторые тепловые физические параметры.

Как и в экспериментах Цезерлиана, образец представляет собой трубку длиной 102 мм, диаметром 6,3 мм и толщиной стенок 0,5 мм. Для имитации черного тела в середине трубки вырезано прямоугольное отверстие 1x2 мм, на которое сфокусирована оптическая система канала образца. В системе измеряются также ток через образец и напряжение на нем, по которым вычисляется потребляемая мощность. В пирометре IMGC перед измерением производится калибровка с помощью интегрирующего вольтметра класса 0,001%, которым можно проводить измерения в тех

случаях, когда не требуется высокое быстродействие. Обобщенная функциональная схема вышеописанных пирометров приведена на рис. 2.

В нашей стране также проводятся работы по высокоскоростным измерениям высоких температур и теплофизических параметров. Так, в НПО "ВНИИМ им. Д.И.Менделеева" измерялась температура импульсных плазменных излучателей с использованием фотоэлектрического способа с осциллографическим фотографированием. Временное разрешение составило несколько миллисекунд, а погрешность порядка 0,3%. С таким же временным разрешением работает выпускаемый серийно спектропирометр-регулятор "Спектропир-2", причем его основная инструментальная погрешность составляет 1% от верхнего предела измерения, а чувствительность 1-2 К.

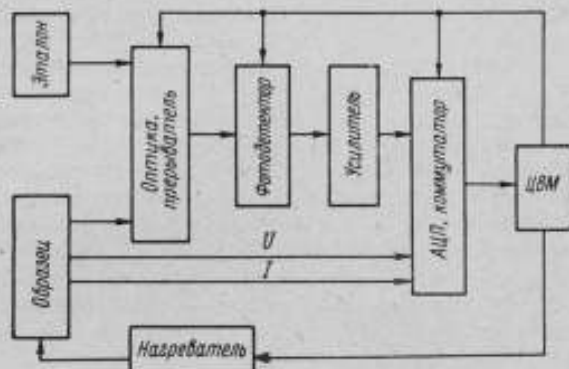


Рис. 2. Обобщенная функциональная схема пирометра.

Высокоскоростные измерения некоторых теплофизических параметров металлов и сплавов при высоких температурах проводятся в Институте высоких температур АН СССР. Время измерения составляет несколько микросекунд, а точность измерения $\Delta T/T - 1\%$.

Таким образом, быстродействующие пирометры высокой точности строятся по методу сравнения с мерой, в котором измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой. В эталонных пирометрах, как правило, применяется нулевой метод, а в промышленных — метод непосредственной оценки.

В соответствии с обобщенной структурной схемой рассмотрим основные составляющие погрешности (в температурном эквиваленте составляют более 0,01%). Они вызваны следующими факторами:

- 1) погрешностью калибровки эталонной лампы в точке золота;
- 2) погрешностью определения излучательной способности образца и эффективной длины волны;
- 3) неидентичностью оптических каналов;
- 4) нелинейностью фотоприемника и его собственными шумами;
- 5) нестабильностью коэффициента усиления и собственными шумами усилителя;
- 6) погрешностью преобразования АЦП.

Остановимся на причинах, вызывающих эти погрешности, и произведем их оценку.

1. Погрешность градуировки эталонных ламп в точке золота вызывается:
 - а) отклонением свойств излучателя от свойств абсолютно черного тела;
 - б) неточностью учета охлаждения полости излучателя;
 - в) погрешностью определения эффективности длины волны;
 - г) случайными погрешностями;
 - д) инструментальными погрешностями эталонного пирометра.

Суммарная погрешность градуировки эталонных ламп в точке затвердевания золота оценена во ВНИИМ как $\sigma_1 = \pm 0,3 \text{ K}$ (0,028%).

2. Погрешности из-за неточного определения излучательной способности образца и определения эффективной длины волны вызываются многими причинами, в том числе такими, как окисление металла образца, изменение эффективной длины волны с температурой и т.п. Теоретически все эти причины учесть достаточно сложно, а по экспериментальным данным [1, 2] погрешность, вызванная этими причинами, составляет 0,025% (0,5 K при 2000 K).

3. Погрешности, вызываемые неидентичностью оптических каналов, определяются наличием окна в камере с образцом, недостаточной фокусировкой оптики и настройкой каждого канала, наличием модулятора, установкой в канале образца фильтра нейтральной плотности для температур выше основного диапазона пирометра. По данным [2, 3], эти погрешности составляют величину до 0,9 K при 2000 K (0,045%).

4. Погрешность из-за нелинейности фотоприемника и его собственных шумов зависит от точности аппроксимации характеристики ФЭУ или фотодиода, динамического диапазона сигнала и т.д. и в экспериментах [3] составила 0,01% (0,2 K при 2000 K).

5. Нестабильность коэффициента усиления и собственные шумы усилителя зависят от применяемой элементной базы, наличия термостатирования, уровня сигнала и т.п. Эти погрешности подробно описаны в литературе [3] и применительно к данным приборам составляют не более 0,03% (0,6 K при 2000 K).

6. Погрешность, вносимая АЦП, обычно определяется как цена младшего разряда АЦП. Тогда для 11-разрядного быстродействующего отечественного АЦП без учета знакового разряда $\sigma_6 = 0,05\%$, с учетом — $\sigma_6 = 0,025\%$ (0,5 K при 2000 K). В пирометре IMGС [3] эта погрешность составляет 0,006%. Она зависит также от условий эксплуатации, от качества сопряжения АЦП с выходными и входными устройствами, и окончательно ее (как и многие другие погрешности) можно определить экспериментально.

Суммарная погрешность при условии независимости причин, вызывающих ее составляющие, может быть оценена в 1,4 K при 2000 K (0,07%). Таким образом, погрешность рассмотренных пирометров находится на уровне эталонных, а быстродействие на несколько порядков выше.

Как видно из графика зависимости среднего квадратического отклонения от быстродействия (см. рис. 1), существует возможность в описанных приборах повысить точность за счет быстродействия, и наоборот: Так, при $\sigma = 1 \text{ K}$ можно измерить температуру 2000 K за 100 мкс, а при $\sigma = 0,01 \text{ K}$ требуется время 1 с.

Рассмотрим факторы, ограничивающие быстродействие:

- 1) все оптические переключатели в пирометрах основаны на механическом или электромеханическом принципе;

2) усилители имеют большую постоянную времени за счет значительной емкости фотоприемника и низкой граничной частоты операционных усилителей;

3) относительно низкое быстродействие АЦП и малых ЦВМ, используемых для обработки информации в реальном масштабе времени.

На основании изложенного выше можно наметить следующие пути повышения быстродействия описанных пирометров:

применение оптических прерывателей, основанных на немеханических принципах, позволяющих работать с частотой более 1 МГц;

применение быстродействующих фотоприемников, таких как пироэлектрические, металлооптические, сверхбыстродействующие ФЭУ в сочетании с малошумящими усилителями на основе новой элементной базы, позволит увеличить быстродействие до долей микросекунд;

уменьшение времени преобразования АЦП или построение АЦП по многоканальному принципу, а также обработка информации на высокоскоростных микро-ЭВМ позволит производить расчет температуры и теплофизических параметров в микросекундном диапазоне.

Точность измерения температуры в таких пирометрах можно увеличить, во-первых, за счет повышения чувствительности аппаратуры (ФЭУ с высоким квантовым выходом, высокочувствительные усилители, АЦП большой разрядности) и, во-вторых, за счет увеличения объема накапливаемой информации, что при том же времени измерения достигается путем сокращения периода одного измерения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Foley G.M. High speed optical pyrometer – Rev. Sci. Instr., 1970, v. 41, N 6.
2. Ceairlyan A. Design and operational characteristics of a high-speed (millisecond) system for the measurement of thermophysical properties at high temperatures. – J. Res. NBS, 1971, v. 75, N 1.
3. Coslovi L., Righini F., Rosso A. The high speed Pyrometer of IMGС – Alfa frequenza, 1975, v. 44, N 10.

Поступила в редакцию 11.12.1978 г.

УДК 536.3:536.521.2.089.6

В.И. ГАВРИЩУК, В.А. ЧИСТЯКОВ, Г.С. АМБРОК

РАСЧЕТ ИЗЛУЧАТЕЛЬНОЙ СПОСОБНОСТИ ПОЛОСТИ В ВИДЕ УСЕЧЕННОГО КОНУСА С НЕОДНОРОДНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ

Расчет излучательной способности моделей абсолютно черного тела для градуировки радиометрической аппаратуры подробно рассмотрен в работе Бедфорда и Ма*. В предположении диффузного характера излучения

* Bedford R.E. and Ma C.K. Emissivities of diffuse cavities: Isothermal and nonisothermal cones and cylinders. – J. Opt. Soc. Am., 1974, 64.

материала стенок полости численным способом определена излучательная способность конуса и цилиндра. Температурное распределение по стенкам полостей задается по определенному закону. В настоящей статье рассматривается полость в виде усеченного конуса с диаметром дна D , большим диаметра отверстия d (рис. 1). Для повышения точности вычисления излучательной способности распределение температуры определяется экспериментально и в виде массива вводится в программу расчета на ЭВМ

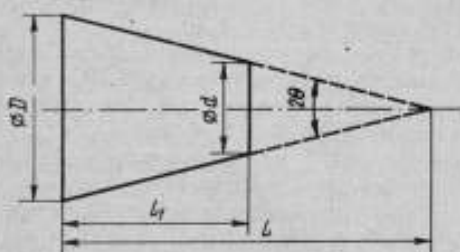


Рис. 1. Усеченный конус

на каждом шаге по поверхности дна и боковой поверхности усеченного конуса. Расчет излучательной способности по существу сводится к нахождению распределения эффективной интегральной полусферической излучательной способности $\epsilon_{\text{эфф}}$ по излучающей поверхности полости. Распределение $\epsilon_{\text{эфф}}$ находим по методике Бедфорда и Ма для конической

на каждом шаге по поверхности дна и боковой поверхности усеченного конуса.

Рассчит излучательной способности по существу сводится к нахождению распределения эффективной интегральной полусферической излучательной способности $\epsilon_{\text{эфф}}$ по излучающей поверхности полости. Распределение $\epsilon_{\text{эфф}}$ находим по методике Бедфорда и Ма для конической

на каждом шаге по поверхности дна и боковой поверхности усеченного конуса.

полости. Усеченный конус рассматриваем как часть конуса с теми же диаметром дна и углом наклона образующей боковой поверхности к оси конуса, а дно — как сплошную диафрагму без отверстия.

С учетом этих предположений

$$\epsilon_{\text{эфф}}(x_0) = \epsilon + (1 - \epsilon) \sum_{i=P_1+1}^P \frac{1}{2} [\epsilon(x_i) + \epsilon(x_{i-1})] |dF_{x_0, x_i} - dF_{x_0, x_{i-1}}| +$$

$$+ (1 - \epsilon) \sum_{j=1}^{P_1} \frac{1}{2} [\epsilon(r_j) + \epsilon(r_{j-1})] (dF_{x_0, r_j} - dF_{x_0, r_{j-1}}), \quad (1)$$

$$\epsilon_{\text{эфф}}(r) = \epsilon + (1 - \epsilon) \sum_{k=P_1+1}^P \frac{1}{2} [\epsilon(x_k) + \epsilon(x_{k-1})] (dF_{r, x_k} - dF_{r, x_{k-1}}), \quad (2)$$

где $\epsilon_{\text{эфф}}(x_0)$; $\epsilon_{\text{эфф}}(r)$ — распределение эффективной интегральной полусферической излучательной способности по боковой поверхности и по дну усеченного конуса; ϵ — излучательная способность материала стенок полости; $\epsilon(x)$ и $\epsilon(r)$ — локальные значения излучательной способности; $P = L/\Delta x$, $P_1 = (L - L_1)/\Delta x$, $P_2 = R/\Delta R$ — пределы суммирования; L — высота конуса, L_1 — высота усеченного конуса; R — радиус дна; Δx и ΔR — шаг по высоте и радиусу полости; dF_{x_0, x_i} — угловой фактор между двумя элементарными кольцами на боковой поверхности; dF_{x_0, r_j} — угловой фактор между элементарными кольцами на боковой поверхности и дне полости; dF_{r, x_k} — угловой фактор между элементарными кольцами на дне и боковой поверхности полости.

Угловой фактор

$$dF_{x_0, x_i} = \frac{[(x_i + x_0)^2 - 4x_i x_0 \cos^2 \theta]^{1/2}}{4x_0 \sin \theta} \left\{ 1 + \frac{(x_0 - x_i)(x_i + x_0 - 2x_i \cos^2 \theta)}{(x_i + x_0)^2 - 4x_i x_0 \cos^2 \theta} \right\} \pm$$

$$\pm \left[\frac{x_i \cos^2 \theta}{2x_0 \sin \theta} - \frac{1}{2 \sin \theta} \right], \quad \begin{array}{l} + (x_i < x_{i+1} < x_0) \\ - (x_0 < x_i < x_{i+1}) \end{array} \quad (3)$$

Если $x_0 = x_i$ или $x_0 = x_{i+1}$, то

$$\left[\frac{x_i \cos^2 \theta}{2x_0 \sin \theta} - \frac{1}{2 \sin \theta} \right] = 0.$$

Другие угловые факторы имеют вид:

$$dF_{x_0, r_j} = \frac{\sin \theta}{2} - \frac{\cos \theta}{2x_0 \operatorname{tg} \theta} \times$$

$$\times \left\{ (L - x_0) + \frac{[r_j^2 + x_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta + (L - x_0)^2][x_0 \operatorname{tg}^2 \theta - (L - x_0)] - 2r_j^2 x_0 \operatorname{tg}^2 \theta}{|[r_j^2 + x_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta + (L - x_0)^2]^2 - 4r_j^2 x_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta|^{1/2}} \right\}; \quad (4)$$

$$dF_{r_i, x_k} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{r^2 + (L - x_k)^2 - (x_k \operatorname{tg} \theta)^2}{|[r^2 + x_i^2 \operatorname{tg}^2 \theta + (L - x_k)^2]^2 - 4r^2 x_k^2 \operatorname{tg}^2 \theta|^{1/2}} \right\}. \quad (5)$$

Здесь i, j, k — целые числа; θ — половинный угол при вершине конуса; x, r — текущие координаты.

При решении уравнений (1) и (2) неопределенность возникает в месте соединения дна с боковой поверхностью. В этих так называемых сингулярных точках в соответствии с методикой Бедфорда и Ма последний член второй суммы в уравнении (1) будет иметь вид

$$\frac{\varepsilon(R)(1 + \sin \theta)}{2},$$

а последний член в сумме уравнения (2)

$$\frac{\varepsilon(L)(1 + \sin \theta)}{2} + \frac{1}{2} [\varepsilon(L) + \varepsilon(x_k)] \left[\frac{1 - \sin \theta}{2} - dF_{R, x_k} \right].$$

С учетом температурных распределений T_{x_0} и T_r , определенных экспериментально на каждом шаге по дну и боковой стенке полости, уравнения (1) и (2) примут следующий вид

$$\varepsilon_{\text{эфф}}(x_0, T) = \varepsilon \frac{T_{x_0}^4}{T_0^4} + (1 - \varepsilon) \sum_{i=P_1+1}^P \frac{1}{2} [\varepsilon(x_i) + \varepsilon(x_{i-1})] \times$$

$$\times |dF_{x_0, x_i} - dF_{x_0, x_{i-1}}| + (1 - \varepsilon) \sum_{j=1}^{P_2} \frac{1}{2} [\varepsilon(r_j) + \varepsilon(r_{j-1})] \times$$

$$\times (dF_{x_0, r_j} - dF_{x_0, r_{j-1}}). \quad (6)$$

$$\epsilon_{\text{эфф}}(r, T) = \epsilon \frac{T_r^4}{T_0^4} + (1 - \epsilon) \sum_{k=P_1+1}^P \frac{1}{2} [\epsilon(x_k) + \epsilon(x_{k-1})] \times \\ \times (dF_{r, x_k} - dF_{r, x_{k-1}}) \quad (7)$$

где T_0 — температура центра дна полости, к которой приводятся локальные температуры.

По изложенной методике был рассчитан разработанный в НПО "ВНИИМ им. Д.И. Менделеева" низкотемпературный излучатель, предназначенный для градуировки и определения показателя визирования радиационных пирометров с большим углом зрения. Излучатель характеризовался следующими параметрами: $\epsilon = 0,95$; $L = 37,5$ см; $L_1 = 20$ см; $R = 7,5$ см; $\theta = 11^\circ 20'$; $\Delta x = 0,5$ см; $\Delta r = 0,3$ см.

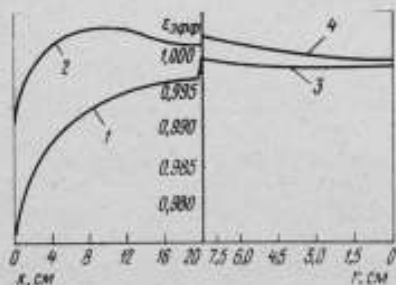


Рис. 2. Распределение эффективной излучательной способности усеченного конуса

1 — $\epsilon_{\text{эфф}}(x)$; 2 — $\epsilon_{\text{эфф}}(x, T)$; 3 — $\epsilon_{\text{эфф}}(r)$; 4 — $\epsilon_{\text{эфф}}(r, T)$

Температурное распределение по излучателю было задано следующим образом: температура в центре дна 0°C ; температура на краю дна $+0,2^\circ\text{C}$; на краю отверстия $+1^\circ\text{C}$; характер изменения температуры — линейный. Для этих параметров излучателя уравнения (1), (2), (6), (7) решались численным методом на ЭВМ М-222. При точности вычисления $\epsilon_{\text{эфф}}$, равной 0,001, число итераций для изотермического и неизотермического слу-

чаев равнялось трем, машинное время составило соответственно 8 и 9 мин. Результаты расчета графически изображены на рис. 2. Как видно, относительная погрешность градуировки радиационных пирометров без учета неоднородности распределения температуры составила: 0,03% — для центра дна и 0,3% — для края дна излучателя.

Поступила в редакцию 11.12.1978 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Б.Н. Олейник. О построении термодинамической температурной шкалы по тепловому излучению	3
В.Н. Романов. Обобщение уравнения Грюнайзена для теплового расширения твердых тел	10
Б.Н. Олейник, А.А. Раскин. Теплопроводность и теплообмен в калориметрических системах	18
А.А. Борисов, В.М. Сумерин. Определение передаточной характеристики шумового термометра с каналом коррекции погрешности	27

<i>Н.А.Соколов.</i> Об использовании полевых транзисторов в качестве меры сравнения в шумовых термометрах	32
<i>Б.Ф.Иванов.</i> Быстродействующие пирометры для теплофизических исследований	34
<i>В.И.Гавришук, В.А.Чистяков, Г.С.Амброк.</i> Расчет излучательной способности полости в виде усеченного конуса с неоднородным распределением температуры	39
Рефераты публикуемых статей	43

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 536.52

О построении термодинамической температурной шкалы по тепловому излучению. О л е й н и к Б.Н. — "Исследования в области теплофизических измерений". Труды метрологических институтов СССР, вып. 238 (298), 1979, с. 3—10.

Производится анализ методов построения температурных шкал в области пирометрии излучения. Выведены новые уравнения термодинамической температурной шкалы (ТТШ) для температур выше точки затвердевания золота (1337,58 К). Табл. 1. Библ. 4.

УДК 536.2.08

Обобщение уравнения Грюнайзена для теплового расширения твердых тел. Р о м а н о в В.П. — "Исследования в области теплофизических измерений". Труды метрологических институтов СССР, вып. 238 (298), 1979, с. 10—17.

Рассмотрена теория теплового расширения с учетом ангармонических вкладов, линейных и квадратичных по температуре, для кристаллов различной симметрии. Рассчитано тепловое расширение линейной цепочки для потенциалов взаимодействия Ми и Морзе. Приведены результаты применения теории к аппроксимации результатов дилатометрических измерений в различных температурных диапазонах. Табл. 2. Библ. 3.

УДК 536.24

Теплопроводность и теплообмен в калориметрических системах. О л е й н и к Б.Н., Р а с к и н А.А. — "Исследования в области теплофизических измерений". Труды метрологических институтов СССР, вып. 238 (298), 1979, с. 18—26.

Предложена новая обобщенная модель калориметрической системы и получены аналитические выражения, связывающие теплофизические и геометрические параметры системы с ее температурным полем, что позволяет решить ряд задач анализа и синтеза калориметров. Ил. 1. Библ. 3.

УДК 536.53

Определение передаточной характеристики шумового термометра с каналом коррекции погрешности. Б о р и с о в А.В., С у м е р и н В.М. —

"Исследования в области теплофизических измерений". Труды метрологических институтов СССР, вып. 238 (298), 1979, с. 27-32.

Рассмотрен шумовой термометр непосредственной оценки с каналом коррекции погрешности за счет влияния собственного шума первого каскада усиления. Определена передаточная функция термометра, связывающая выходное напряжение с температурой шумового резистора. Дано сравнение предлагаемого метода компенсации собственных шумов с известными методами. Показаны преимущества предлагаемого метода. Ил. 1. Библ. 3.

УДК 536.53

Об использовании полевых транзисторов в качестве меры сравнения в шумовых термометрах. Соколов Н.А. — "Исследования в области теплофизических измерений". Труды метрологических институтов СССР, вып. 238 (298), 1979, с. 32-34.

Исследованы возможности использования полевых транзисторов с $p-n$ -переходом в качестве переменного опорного резистора для шумового термометра, построенного по методу замещения. Приведены экспериментальные данные, позволяющие сделать вывод о величине погрешности ($\delta_T = 4 \cdot 10^{-5}$) прецизионного шумового термометра с таким опорным резистором. Предложенный резистор отличается простотой изготовления. Ил. 1. Табл. 1. Библ. 3.

УДК 536.521.08-52:536.45

Быстродействующие пирометры для теплофизических исследований. Иванов Б.Ф. — "Исследования в области теплофизических измерений". Труды метрологических институтов СССР, вып. 238 (298), 1979, с. 34-39.

Произведен обзор существующих быстродействующих пирометров США, Италии и СССР, показаны области их применения. На основе обобщенной функциональной схемы выявлены источники погрешностей и проведен их анализ, намечены пути повышения точности и быстродействия. Ил. 2. Библ. 3.

УДК 536.3:536.521.2.089.6

Расчет излучательной способности полости в виде усеченного конуса с неоднородным распределением температуры. Гаврищук В.И., Чистяков В.А., Амброк Г.С. — "Исследования в области теплофизических измерений". Труды метрологических институтов СССР, вып. 238 (298), 1979, с. 39-42.

Приведен расчет излучательной способности полости в виде усеченного конуса с диаметром дна, большим диаметра отверстия. Для повышения точности вычисления излучательной способности распределение температуры определено экспериментально и введено в программу расчета на каждом шаге по поверхности дна и боковой поверхности полости.

В качестве примера рассчитан разработанный в НПО "ВНИИМ им. Д.И.Менделеева" низкотемпературный излучатель для градуировки и определения показателя визирования радиационных пирометров с большим углом зрения. Ил. 2.

